所有: ① Abstraction ② Moore's Law ③ Make common case fast ④ Memory Hierarchy ⑤ Parallelism ⑥ Pipeline ⑦ Dependability with redundancy ⑧ Performance Evaluation

CS110 Review:

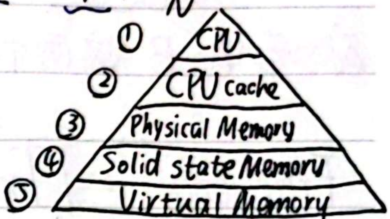
Great ideas in CA:

Moore's Law: The number of transistors on microchips doubles every two years. It's a prediction, not Law!

Amdahl's Law: 加速比 可并行化部分占总任务比例 不可并行部分比例

优化后: $S(N) = \frac{1}{(1-P)+P/N}$ ← 处理器数量 $= \frac{1}{\alpha + \frac{1-\alpha}{N}}$

Principle of Locality / Memory Hierarchy



右图从上至下: 存储速度变慢, 但容量逐渐增大

每一层更详细地: ①: Register ② On-chip cache: L_1. L_2 & L_3

③ Main memory; RAM; 内存条 ④ 固态内存; SSD; 闪存; NVM

Parallelism / Pipeline:

→ preamble 预处理 → Fork() 分叉 { worker thread 工作线程 } → Join() 合并 → post-processing 后处理

Dependability via Redundancy:

Increasing transistor density reduces the cost of redundancy & Redundancy so that a failing piece doesn't make the system fails

Info_Representation:

63 62 ... 2 1 0
0 0 ... 1 0 1

(LSB) least significant bit: 最右边一位 (0号) RISC-V double: 64 bits long

(MSB) most: 最左边一位 (63号)

若是 unsigned number, range 则为 $[0, 2^{64}-1]$

欲表示负数? 法一: sign & magnitude, abandoned

法二: One's complement: 正数不变, 负数所有位翻转, LSB为sign bit

但 range: $0\sim2^{n-1}-1$; $-0\sim-(2^{n-1}-1)$; 0两种表达! 不友好!

No.

Date

法三：Two's Complement：正数不变，负数全位反转并加1

在2补码下的表示数 $(a_n a_{n-1} \cdots a_1 a_0)_2$，它表示：

$$-a_n \cdot 2^n + a_{n-1} \cdot 2^{n-1} + \cdots + a_1 \cdot 2^1 + a_0 \cdot 2^0$$

Arithmetically Friendly! But remind to check overflow!

```
+5      0 1 0 1          -7     1 0 0 1
-3    A B                -2  A  B
      1 1 0 1                1 1 1 1 0
    -----------         ---------------
    1 0 0 1 0 = 2, ✓       1 0 1 1 1 = 7, ?
```

☆：若 A.B 这两个进位不同，则 overflow!

Fractional：Floating Point!

A number in scientific notation that has no leading 0 is called: normalized

Eg：3.14×10^{-9} ✓，0.314×10^{-8} or 31.4×10^{-10} X

用二进制角度：则能不能也：$1.xxx \cdots x_{two} \times 2^{yyy}$ 呢？

其中：$1.xxx \cdots$? = k，一个"1"代表 2^k，k = -1, -2, ⋯

$2^?$：0 -1 -2 -3 ⋯

Floating-Point Representation：In RISC-V：

bit：	1	8(含signbit)*	23
meaning：	sign	exponents	fraction (mentissa)

number = $(-1)^S \times \text{Fraction} \times 2^E$

☆ Floating-Point Representation：In IEEE 754

使 leading 1 bit of normalized binary numbers implicit

因此，实际数是 24 bits long in single precision (1+23) (implied)

正因有隐性1，"0"如何表示？则令 exponent 为0，硬件识别到则不加1

因此 $00 \cdots 00_{two}$ 代表0，其余的数表示法为：

$$(-1)^S \times (1 + \text{Fraction}) \times 2^E$$

详细地：若 fraction 部分左至右为 $s_1, s_2 \cdots$，则值为：

$$(-1)^S \times (1 + s_1 \times 2^{-1} + s_2 \times 2^{-2} + \cdots) \times 2^E$$

即：E = 0 & Fraction = 0 ⇒ 0

Campus

它还可表示 $\pm\infty$，当 fraction 为 0，exponent 全 1 时，代表 ∞（sign bit 决定是 $+\infty$ 还是 $-\infty$）

进一步还可表示 NaN：exponent 全 1，fraction 不为 0

至于 Exponent，若采用 2's complement form，则比大小还要多看一步 E 的 sign bit（如负 E & 负 E 的比大小），但计算机算正数二进制大小很友好。故 IEEE754 采用 a bias of 127 for single precision. Eg. -1 指数，则 E 应为 $-1+127=126_{ten}=01111110_{two}$

则 "E" 8-bit range: $[0,255] \Rightarrow$ E range $[-127,128]$

但之前提过："E" 8 位 全为 0/1（0/255）有含义，故实则：

Exponent $\in[-126,127]$，则 IEEE normalized *FP32 范围：

$$\pm 1.\overbrace{000\cdots0}^{23个}{}_{two}\times 2^{-126} \rightarrow \pm 1.\overbrace{111\cdots1}^{23个}{}_{two}\times 2^{127}$$

Example: -0.75_{ten} : -1 & $0.5+0.25 \Rightarrow 0.11_{two}\times 2^0$

$\Rightarrow 1.1\times 2^{-1}$ → fraction. "E" $=-1+127=126_{ten}=01111110_{two}$

则：

31	30 29 28 27 26 25 24 23	22 ······ 0
1	0 1 1 1 1 1 1 0	1 0 0 ··· 0

FP32: 1 ; 1 0000001 ; 0100 ···

$S=-1$, $E=129-127=2$, 则：$(-1)\times 1.01_{two}\times 2^2$

$=(-1)\times(1+0.25)\times 4=-0.5$

之前说 E=0 时且 Fraction = 0 代表 0，那么 Fraction $\neq 0$ 呢？

代表 subnormal / denormalized 数！$\Rightarrow$ zero E but nonzero fraction

当 $E\neq 0$ 时，表达最小数为：

$$1.00\cdots0_{two}\times 2^{-126}$$

No.

Date

但通过"Exponent为0会触发implicit为0"（subnormal），则可表达的最小数为：$0.000\cdots1_{two}\times2^{-?}$，这一类数最大为：$0.111\cdots1_{two}\times2^{-?}$

-?应是多少？是-127么？（因为 0-bias=-127, i.e., bias=127）

但！$0.11\cdots1_{two}\times2^{-?}$ 应能与 $1.00\cdots0_{two}\times2^{-126}$ 接上！

则：? 固定为126 !!

subnormal 范围：

$$\pm\underbrace{0.00\cdots1_{two}\times2^{-126}}_{\text{即 }1.0\times2^{-149}}\sim0.11\cdots1_{two}\times2^{-126}$$

总结：normal：$\pm1.00\cdots0_{two}\times2^{-126}$ ② $\sim\pm1.11\cdots1_{two}\times2^{127}$ ④

subnormal ③ $\pm0.00\cdots1_{two}\times2^{-126}\sim\pm0.11\cdots1_{two}\times2^{-126}$ ①

①：非常接近！ ② $1.0_{two}\times2^{-126}$ ③ $1.0_{two}\times10^{-149}$ ④ $<\approx1.0_{two}\times2^{128}$

Special Cases:

Exponent	Mantissa(Fraction)	Value
全1	0	$\pm\infty$
全1	非0	NaN
全0	0	Zero (0)
全0	非0	Subnormal.

Campus