普通物理I PHYS1181.03 第4讲

牛顿力学的应用、

非惯性参考系

本节课（4周-2）主要内容：

A. 自然界中常见的力

B. 力学相对性原理

C. 非惯性系：平动加速参考系、转动参考系

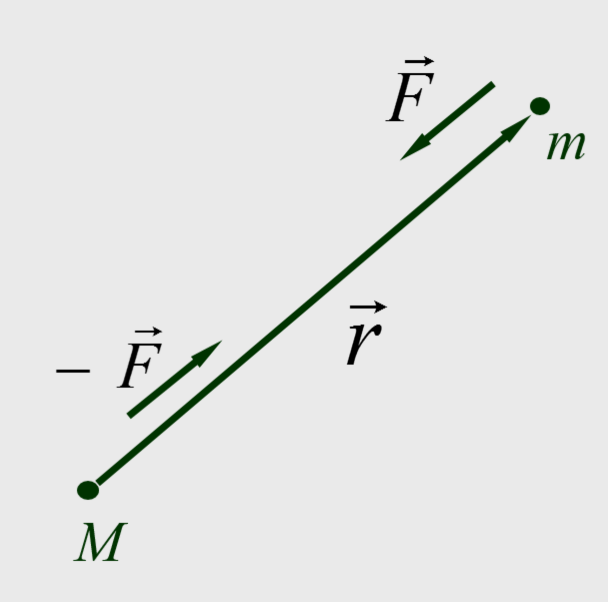
D. 平动加速参考系中的惯性力

E. 转动参考系中的惯性力：离心力、科里奥利力

A:　自然界中常见的力及其性质

引力　　$$F = G\frac{mM}{r^2}$$

m 受力：$\vec{F} = -G\frac{mM}{r^3}\vec{r}$



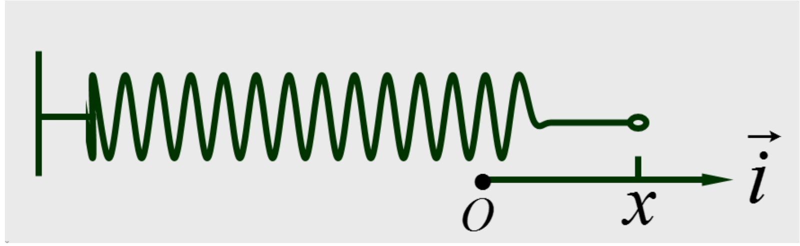
G：引力常数，　　m，M：引力质量

对一切物体，引力质量比上惯性质量等于常数　所以可令：惯性质量等于引力质量

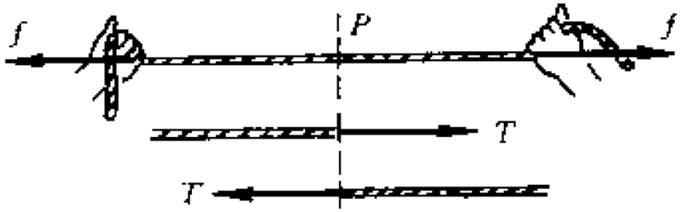
* 地球表面重力不等于万有引力，而是万有引力减去向心力$m\omega^2R$（~0.5%）。赤道重力最小，两极重力等于万有引力。

自然界中常见的力及其性质

弹性力　　大小正比于形变。方向与形变方向相反，指向平衡位置，又称为弹性回复力。



$$\vec{F} = -kx\vec{i}$$



绳中的张力

k：劲度系数。　$x\vec{i}$：端点的位移。　O 为平衡位置。

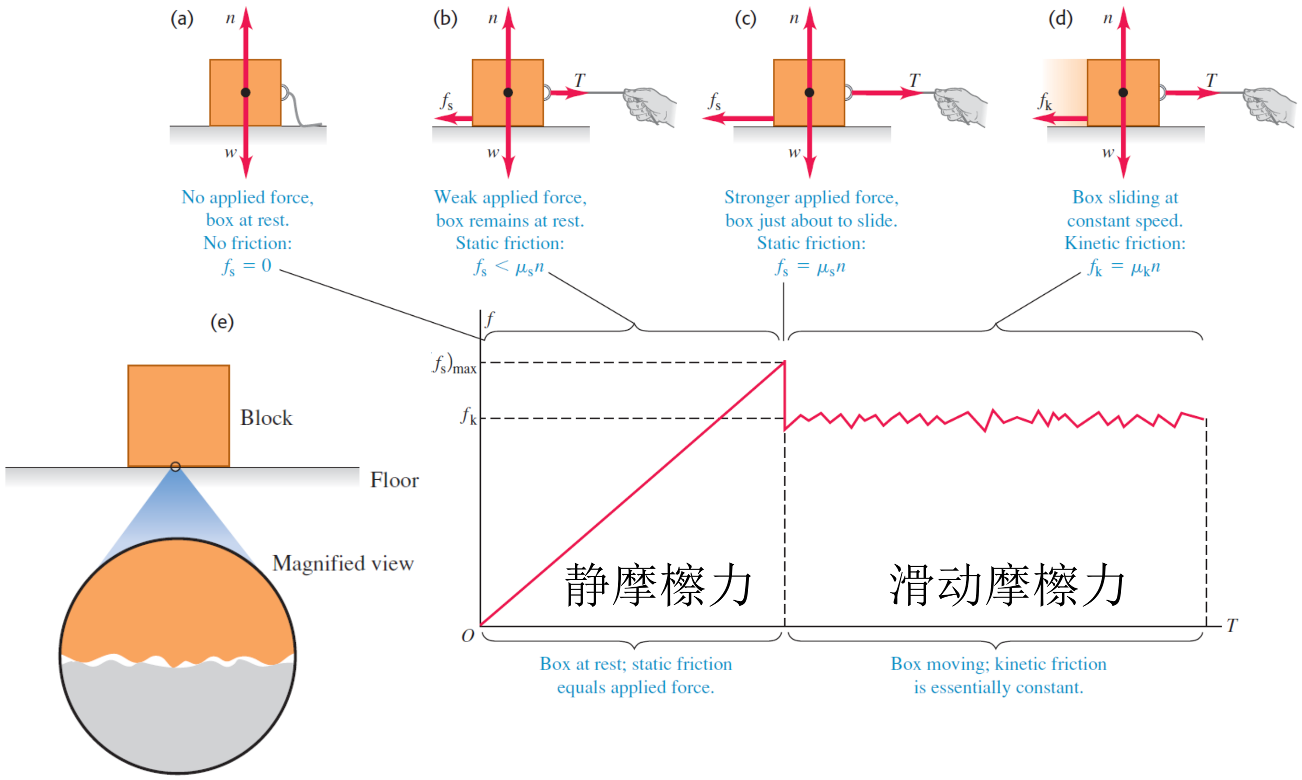
自然界中常见的力及其性质

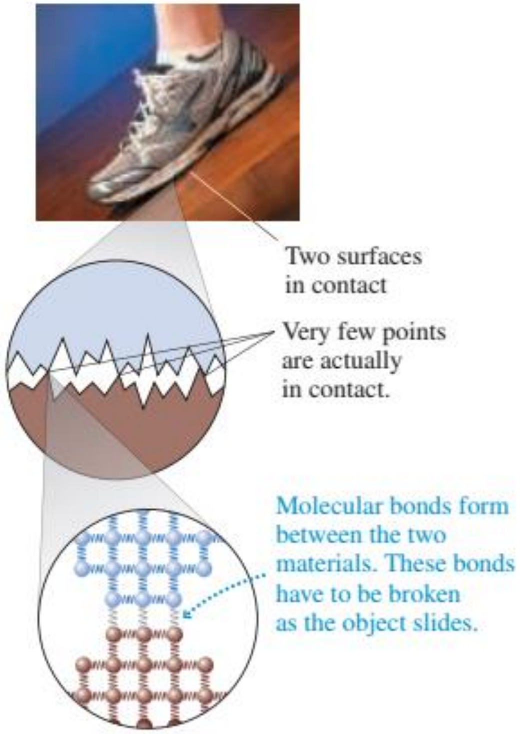
摩擦力

F=μN是个粗糙的半经验公式

摩擦现象的机理是复杂的，是必须在分子尺度内才能加以说明的。

由于分子力的电磁本性，摩擦力说到底也是由电磁相互作用引起的





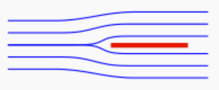
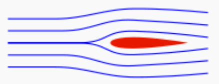
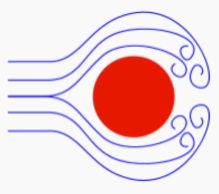
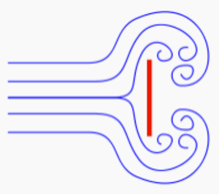
正比于样品接触面的压力（弹性力）。
绝大部分材料之间的摩擦系数小于1。
摩擦系数与材料表面的状态非常有关。

自然界中常见的力及其性质

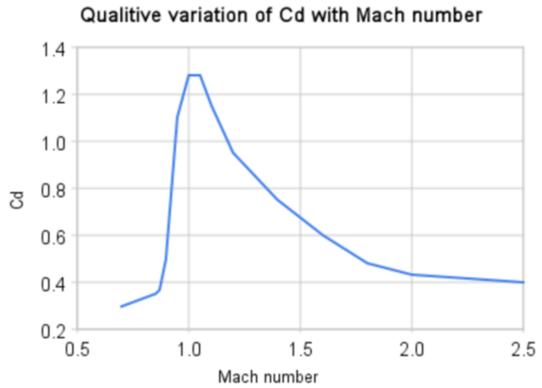
流体阻力

物体在流体中运动时，会受到流体的阻力。

- 物体运动速度小时： $\vec{f} = -b\vec{v}$ 常数与流体及物体的性质有关
- 物体运动速度大时： $\left|\vec{f}\right| = -cv^2$ $\Rightarrow$ 湍流（旋涡）
- 物体运动速度更大时： $f \propto v^3$

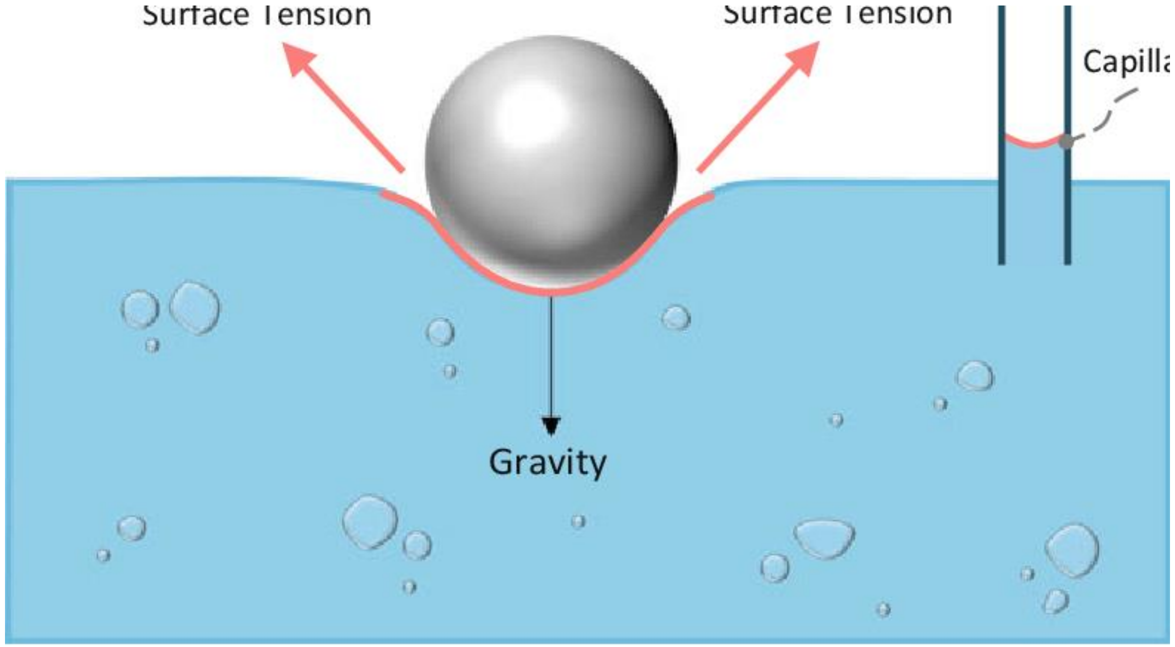
形状及流场	形状阻力	摩擦阻力
	0%	100%
	~10%	~90%
	~90%	~10%
	100%	0%

超音速飞机：



自然界中常见的力及其性质

表面张力



表面张力： F=γ*l*

l: 垂直于力方向的边界线长度
γ: 表面张力系数

第一宇宙速度的计算

地球和物体之间的距离可用地球半径R代替，根据牛顿第二定律和万有引力定律，得

$$G\frac{M_{地}m}{R^2}=m\frac{\upsilon^2}{R}=mg$$

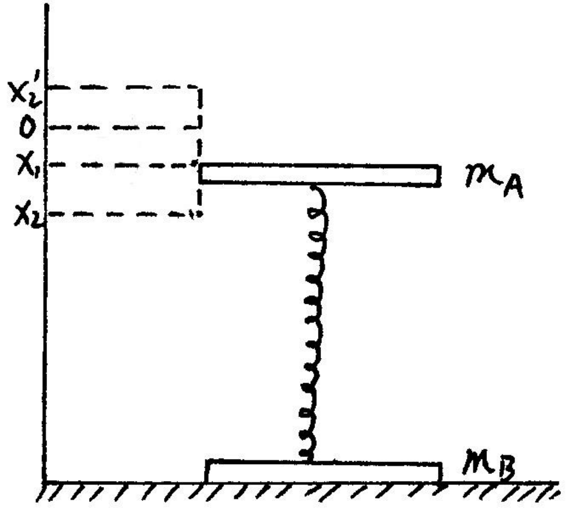
所以 $$\upsilon=\sqrt{G\frac{M_{地}}{R}} \quad 或 \quad \upsilon=\sqrt{Rg}$$

用 $R \approx 6400$ km，$g = 9.8$ m·s^{-2} 代入，得到 $\upsilon \approx 7.9$ km·s^{-1}，

即第一宇宙速度的数值。

例：已知两质量同为**1kg**的物体用轻质弹簧连接在一起，竖直地放在水平桌面上，求：

①开始时两物体都静止，将桌面突然移掉，在这一瞬间两物体的加速度为多少？



②在 m_A上加多大压力，并保持其静止，才能使当压力突然撤去时，由于弹簧的反跳导致 m_B 刚刚离开桌面？

解：①平衡时对于 m_A，重力 $\vec{W}_A = m_A\vec{g}$，向下；弹簧的弹力$\vec{N}_A$是向上的，故静力平衡方程为：

$$\vec{W}_A + \vec{N}_A = 0 \qquad 或 \qquad |\vec{W}_A| = |\vec{N}_A| = m_A g$$

对于m_B，重力$\vec{W}_B = m_B\vec{g}$ ，向下；弹簧的伸张力为 $\vec{N}_B$也向下；桌面的支持力$\vec{R}$ 是向上的。故静力平衡方程为：

$$W_B + N_B = R$$

由于弹簧向上下的弹力相同，有 $N_A = N_B$

突然撤去桌面，故 $R=0$，这时，物体A受到的总力为

$$F_A=\sum_i F_{Ai}=W_A-N_A=0$$

即加速度为 $\vec{a}=0$

物体B受的总力为 $F_B=\sum_i F_{Bi}=W_B+N_B=m_B g+m_A g$

故加速度为 $\vec{a}=\dfrac{m_A+m_B}{m_B}\vec{g}=2\vec{g}$

②如图，弹簧原长在O点，加 m_A 后压缩至 x_1 点，再加压力P后压缩至 x_2 点。因为弹簧反跳的距离等于被压缩的距离，所以撤去压力P后弹簧到达的最高点为 x_2'，并且

$$\overline{x_1x_2}=\overline{x_1x_2'}$$

若要求 m_B 能离开桌面，应有 $k\overline{Ox_2'}\geq m_B g$

其中k为弹簧的倔强系数。因而，压力至少应为

$$P=k\overline{x_1x_2}=k\overline{x_1x_2'}=k(\overline{x_1O}+\overline{Ox_2'})=k\overline{x_1O}+k\overline{Ox_2'}\geq m_A g+m_B g$$

所以，当 $P\geq(m_A+m_B)g=2$公斤力时，可使 m_B离开桌面。

B： 力学相对性原理

经典物理学是从否定亚里士多德的时空观开始的。当时曾有过一场激烈的争论。

赞成哥白尼学说的人主张地球在运动，维护亚里士多德———托勒密体系的人则主张地静说。地静派有一条反对地动说的强硬理由：如果地球是在高速地运动，为什么在地面上的人一点也感觉不出来呢？

这的确是不能回避的一个问题。

B：力学相对性原理

伽利略在1632年出版的著作
《关于托勒密和哥白尼两大世界体系的对话》

“把你和几个朋友关在一条大船甲板下的主舱里，再让你们带几只苍蝇、蝴蝶和其它小飞虫。舱内放一只大水碗，里面放几条鱼。然后挂上一个水瓶，让水一滴一滴地滴到下面的一个宽口罐儿里。船停着不动时，你留神观察，小虫都以等速向舱内各方向飞行，鱼向各个方向随便游动，水滴滴进下面的罐子中。你把任何东西扔给你的朋友时，只要距离相等，向这一方向不必比另一方向用更多的力，你双脚齐跳，无论向哪个方向跳过的距离都相等。当你仔细地观察这些事情后，再使船以任何速度前进。只要运动是匀速的，也不互左忽右地摆动，你将发现，所有上述现象丝毫没有变化，你也无法从其中任何一个现象来确定，船是在运动还是停着不动。”

B：力学相对性原理

对于描述力学规律来说，所有的惯性参考系都是等效的。或者说：相对某惯性系作匀速直线运动的参考系，其内部发生的力学过程，不受系统整体的匀速直线运动的影响。

上述结论，是伽利略在1632年，通过分析一个匀速直线运动的封闭船舱里发生的力学现象而总结出的，它也称作力学相对性原理，或伽利略相对性原理。

回顾上节课讲到的惯性系，常用的惯性系有：

1、FK4系：以1535颗恒星平均静止位形作为基准—目前最好。

2、太阳系：太阳中心为原点，坐标轴指向恒星—绕银河中心的向心加速度～1.8×10^{-10}m/s^2

3、地心系：地心为原点，坐标轴指向恒星—绕太阳的向心加速度～6×10^{-3}m/s^2（g的10^{-3}）

4、地面系（实验室系）：坐标轴固定在地面上—赤道处自转向心加速度～3.4×10^{-2}m/s^2

然而，以上都是近似惯性参考系。实际上并没有严格意义上的惯性系存在。

C: 非惯性系

牛顿运动定律只适用于惯性系，然而，有些场合下需要在非惯性系中讨论问题。

所谓非惯性系是指相对于惯性系作变速运动的参考系。在非惯性系中，牛顿定律不再成立。

怎么办？ → 引入“惯性力”

常见的非惯性系：

直线加速中的汽车 —— **平动加速参考系**

转弯中的汽车

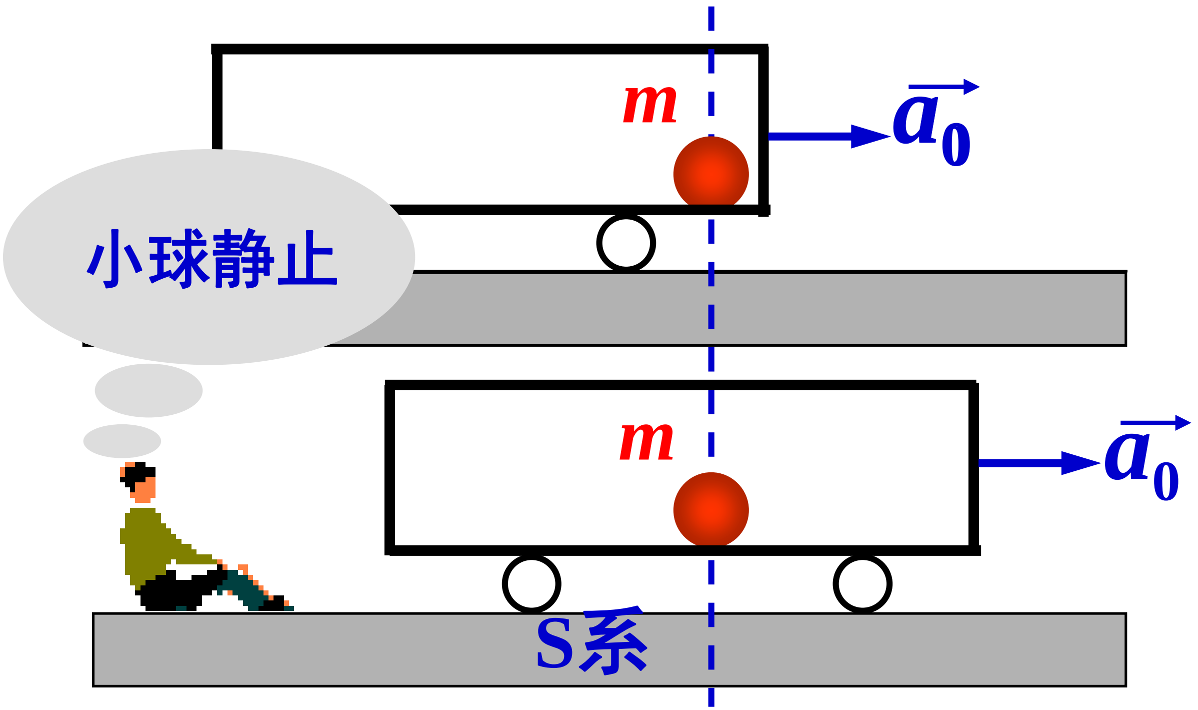
旋转的舞台

地球的表面

转动参考系

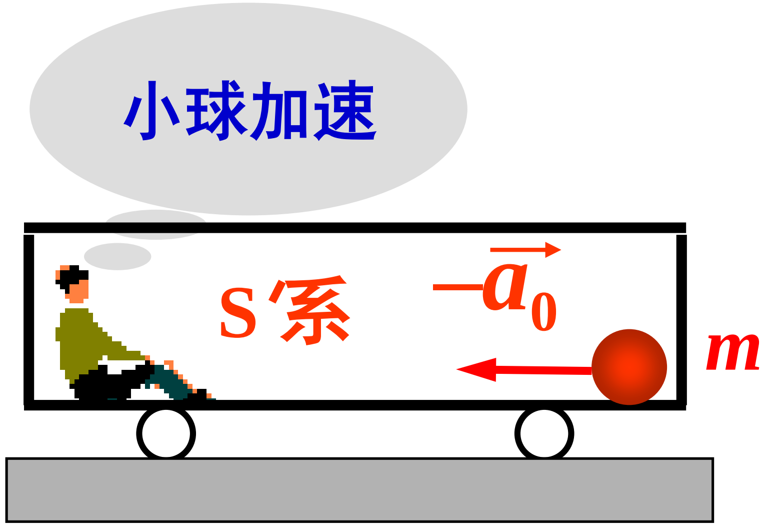
D、平动加速参考系中的惯性力

S'(小车) 相对于S(地面) 以加速度a_0运动：



水平方向小球不受力

惯性系，牛顿定律成立。

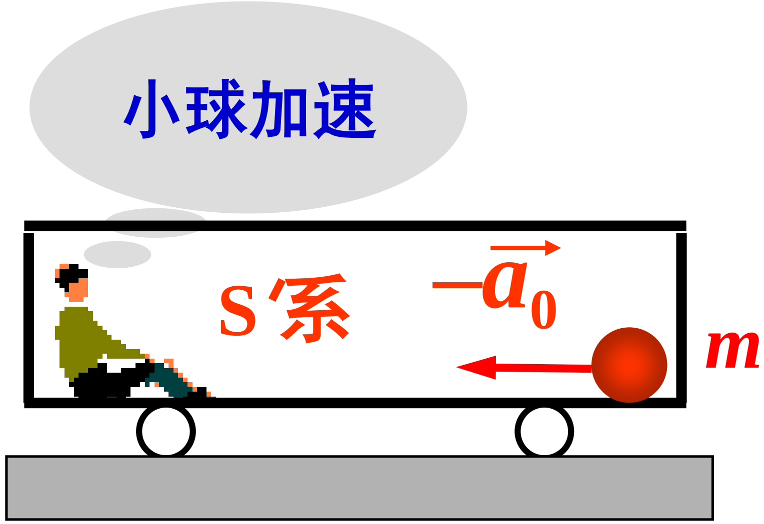


小车是非惯性系

牛顿定律不成立！

若用牛顿定律思考，则会错误认为小球受力为 $-m\vec{a}_0$

“将错就错”——引入惯性力的概念：



小车是非惯性系

牛顿定律不成立！

若用牛顿定律思考，则会错误认为小球受力为 $-m\vec{a}_0$

在小车这个非惯性系中：

小球相对于车向左以加速度 $\vec{a}_0$ 运动，由于水平方向不受力，不符合牛顿第二定律，这时，可设想力 $\vec{F}_I$ 作用于小球上，方向与小车相对于地面的加速度方向相反，大小等于小球质量与加速度的乘积，该设想的力称为惯性力：

$$\vec{F}_I = -m\vec{a}_0$$

平动加速参考系中，**不引入惯性力会怎样？**

设 S 为惯性系，S' 为非惯性系

S' 相对于 S 加速度为：$\vec{a}_0 = \dfrac{\mathrm{d}\vec{u}}{\mathrm{d}t}$

两个平动参考系之间，加速度变换 $\vec{a} = \vec{a}' + \vec{a}_0$

若质点 m 在 S 系中满足牛顿第二定律：$\vec{F} = m\vec{a}$

考虑到力与参考系无关 ⟹ $\vec{F}' \equiv \vec{F} = m\vec{a}_0 + m\vec{a}'$

则在 S' 系中：$\vec{F}' \neq m\vec{a}'$ ⟹ **不引入惯性力，牛顿第二定律在非惯性系不成立！**

平动加速参考系中，**引入惯性力**：

但是，若在非惯性系引入虚拟力（惯性力）：

$$\vec{F}_{\mathrm{I}} = -m\vec{a}_0$$

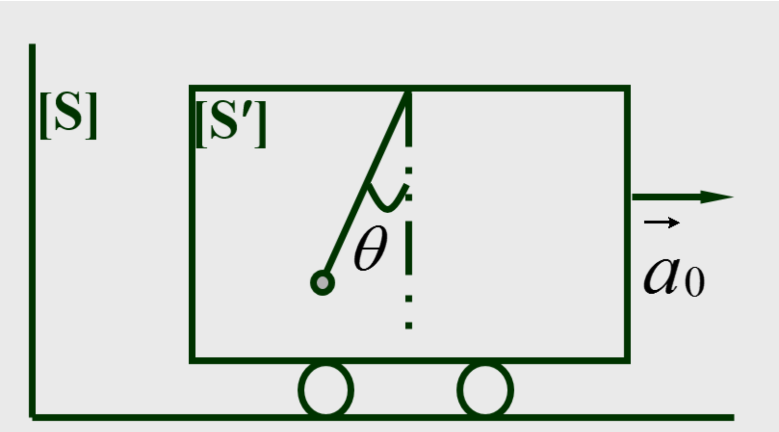
在非惯性系 S' 系中：

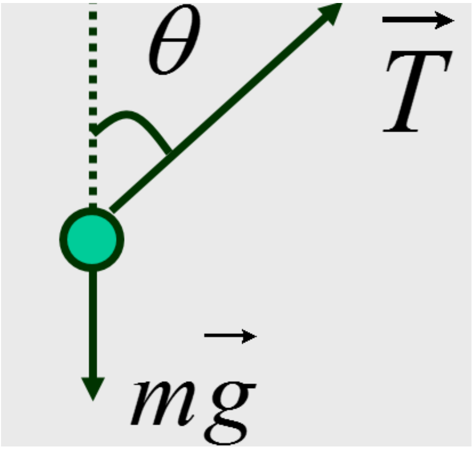
$$\vec{F} + \vec{F}_{\mathrm{I}} = m\vec{a}\,'$$

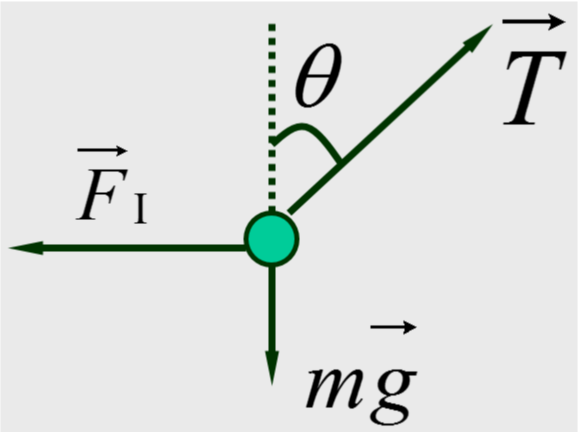
则牛顿第二定律在非惯性系形式上成立

- **惯性力不是真正作用在物体上的力！**
- **惯性力无施力者，也无反作用力。**

在惯性和非惯性系中分析同一问题的例子







- 在 *S* 系中，小球受力如图

$$\vec{T}+m\vec{g}=m\vec{a}_0$$

小球以 $\vec{a}_0$ 加速运动！

- 在 S′系中，小球受力如图

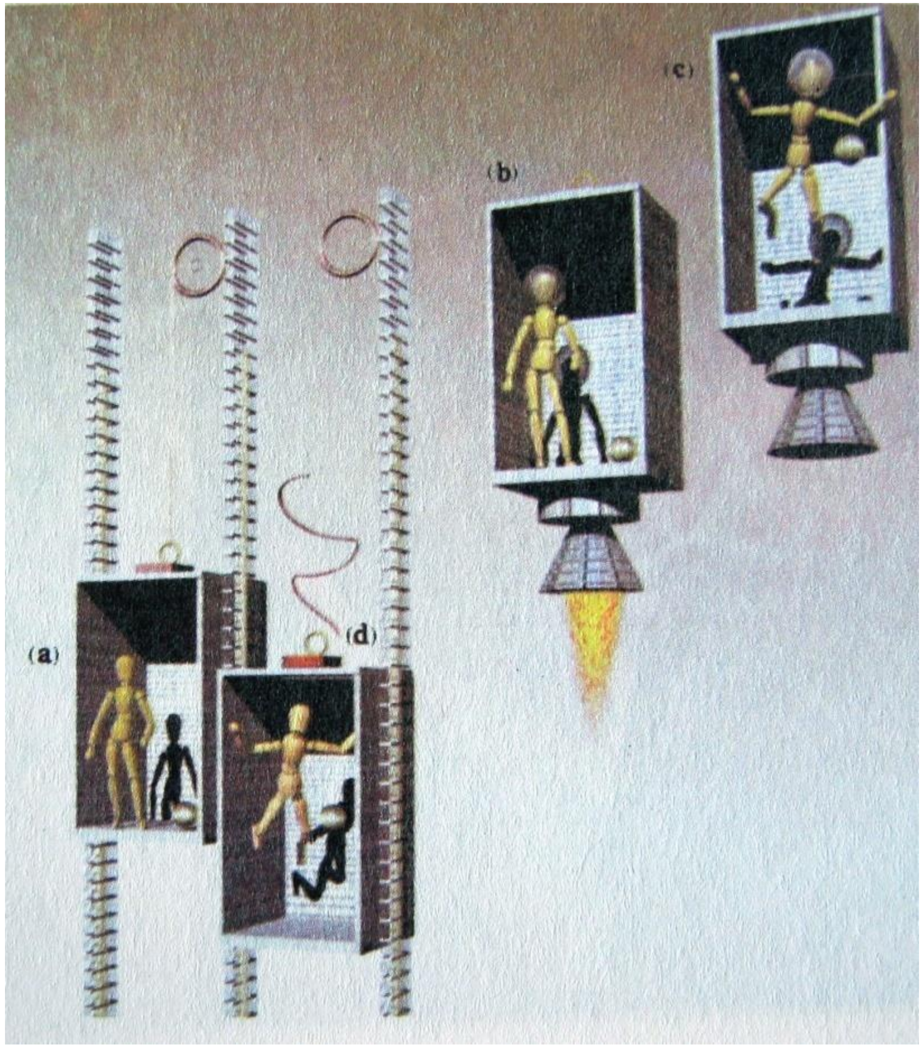
$$\vec{T}+m\vec{g}+\vec{F}_{\mathrm{I}}=0 \qquad \vec{F}_{\mathrm{I}}=-m\vec{a}_0$$

$$\tan\theta=\frac{a_0}{g}$$

★等效原理

在加速平动参考系中，我们只要对每一个质点引入一个惯性力 $\vec{F}_{惯} = -m\vec{a}_0$ ，那么这个加速系中的物理定律就和在惯性系中的等同。这个惯性力的一个重要特征是，它永远与质量成正比。重力（万有引力）也是这样。其他的基本作用力如电磁力则没有这个特点。

因此，有人提出，会不会有可能重力本身就是一种惯性力，万有引力或许就是由于我们没有选取正确参考系而引起的？

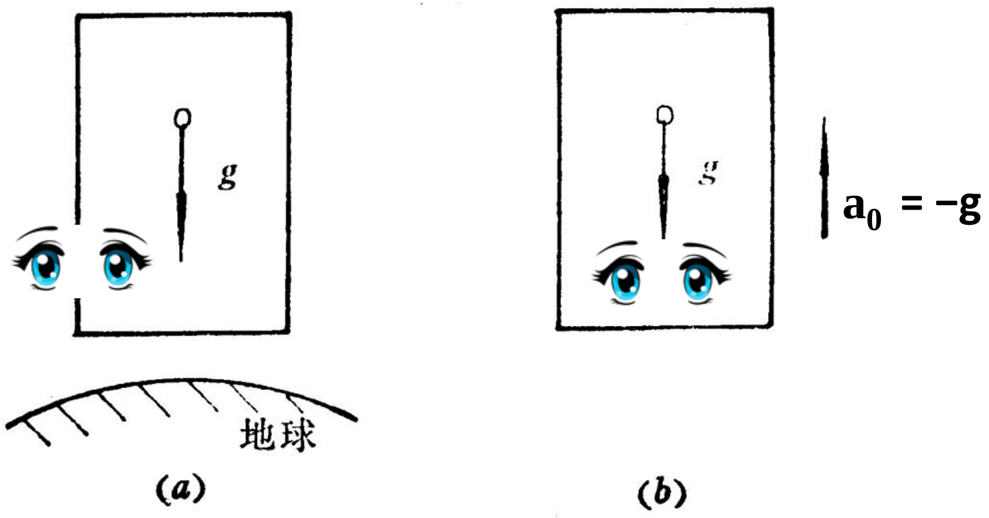


★等效原理

以一个完全封闭的箱子为例。

a，知道外面地球存在，认为小球以g下落是受到引力。

b，从小出生在空间中，不知道外面有地球的存在，始终感受到来自脚底的推力，故认为是箱子一直在受力以$a_0 = -g$加速，小球则是自由的。

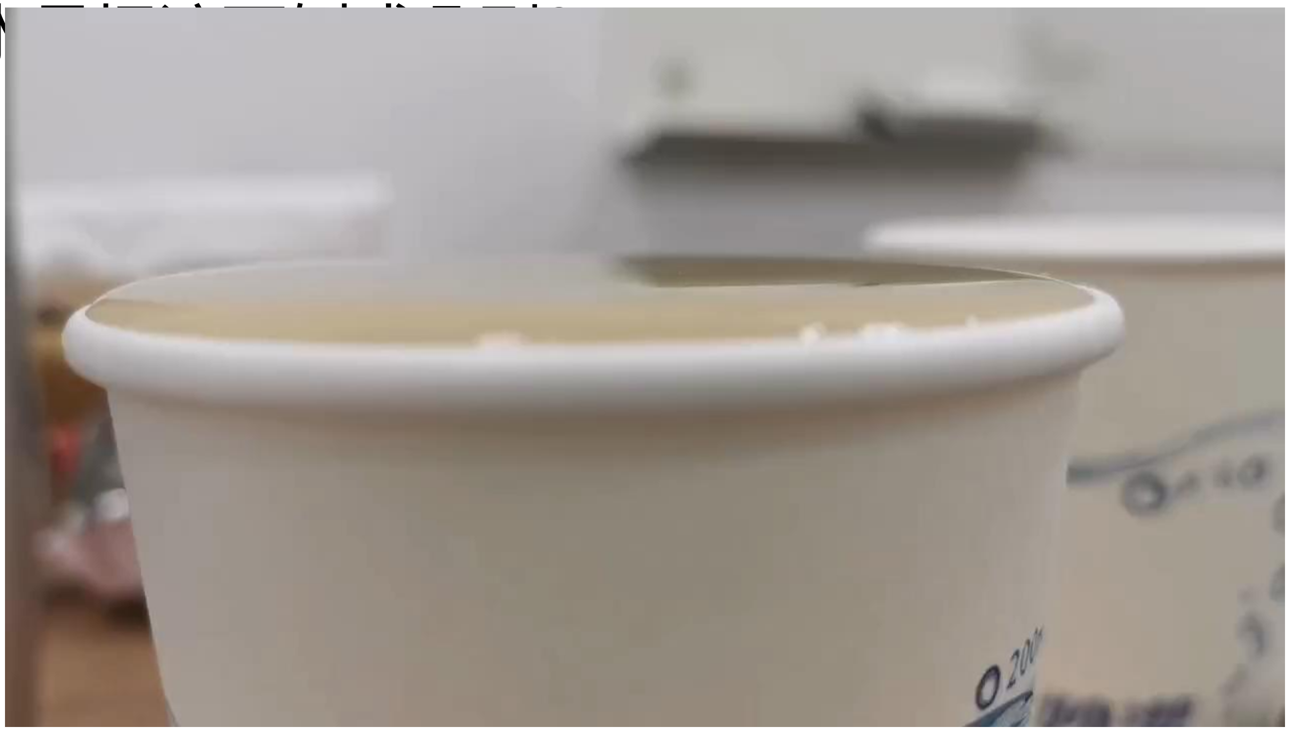


因此，箱子里的观察者，无论如何设计实验，都无法判断加速度是由引力引起的，还是由惯性力引起的。

等效原理：加速系中的惯性力和惯性系中的引力是等效的。

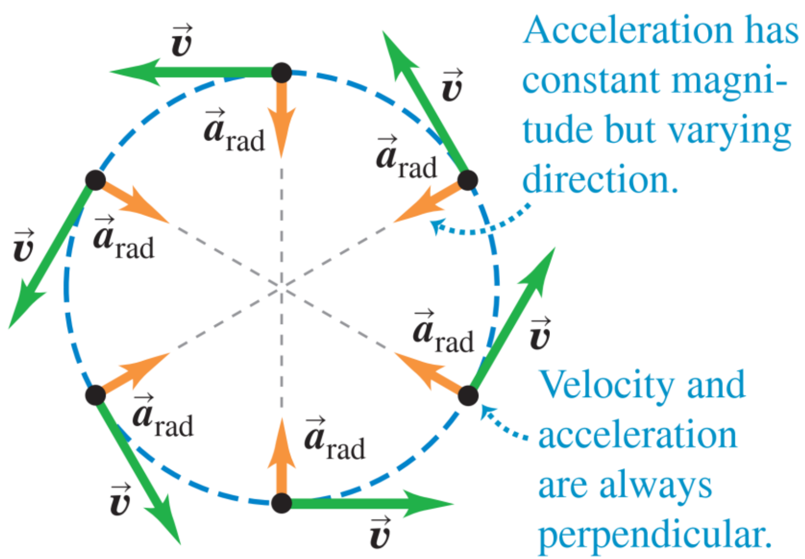
一些简单讨论

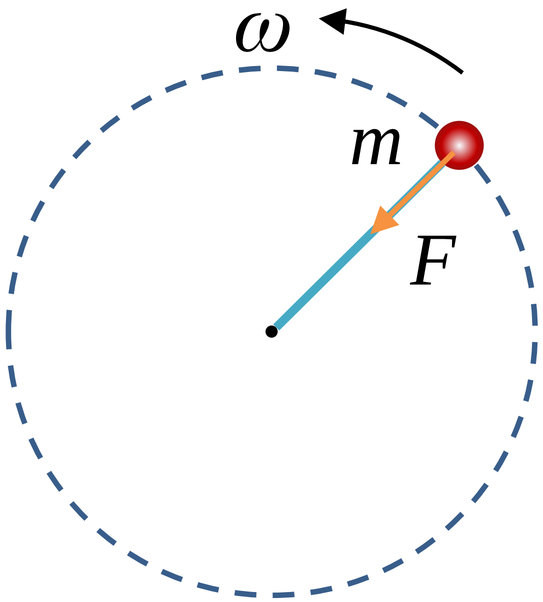
1. 用天平称出来的物体的质量，是引力质量，还是惯性质量？
2. 有一个弹簧，一端连着一个小铁球，怎样在汽车内测量汽车加速度？
3. 你能不能倒水



E、转动参考系中的惯性力

（1）惯性离心力：转动参考系S’中静止物体受到的惯性力





$$a_{rad} = \omega^2 R$$

$$F = m\omega^2 R$$

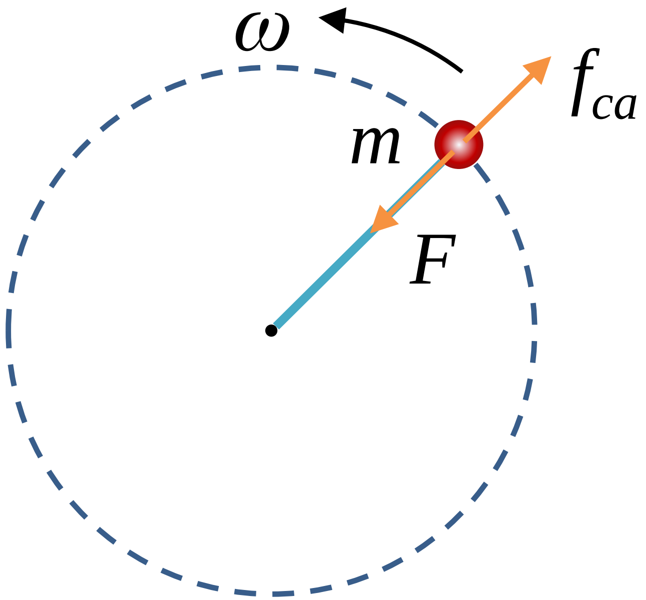
$$\begin{cases} a_{rad} = v^2/R \\ \omega = v/R \end{cases}$$

在惯性参考系中，质量为m的小球只受到向心的拉力

（1）惯性离心力：转动参考系S’ 中静止物体受到的惯性力

如果以转动的小球本身作为参考系S’，则小球静止。

为保持牛顿定律形式成立，需要加上与拉力方向相反、大小相等的虚拟力



$$f_{ca} = -m\omega^2 R$$

这个虚拟的力称为 **离心力**

$$a_{ca} = -\omega^2 R$$ 为离心加速度

✓ 惯性离心力描述了在转动参考系中具有位移的物体受的与位移相关的惯性力。

惯性离心力的应用 (1) 宇航训练

$$F_{离} = m\omega^2 r$$

航空、航天员训练用的离心机。

空军：5倍自身体重
(持续 2-3秒)

航天：8倍自身体重
(持续40-50秒)

问题：为何需要那么长的悬臂？

试计算：现有一离心机，转速最快为每周2秒。要使人受到的离心力达到8倍体重，旋转臂需要多长？

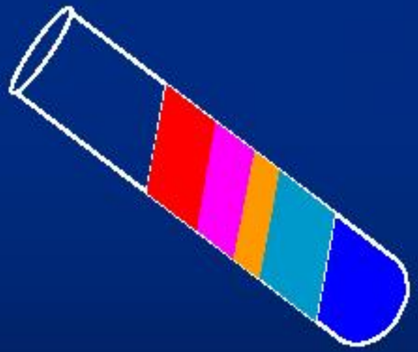
$$8mg = m\omega^2 r \Rightarrow r = 8g/\omega^2 = 8gT^2/(4\pi^2) = 7.9\text{米}$$

惯性离心力的应用 (2) $F_{离} = m\omega^2 r$

◎ 增加旋转频率

在血液中有各种密度不同的细胞；在一些化学溶液中有不同密度的悬浮微粒。如何分离出来？

$$F_{离} = m\omega^2 r$$



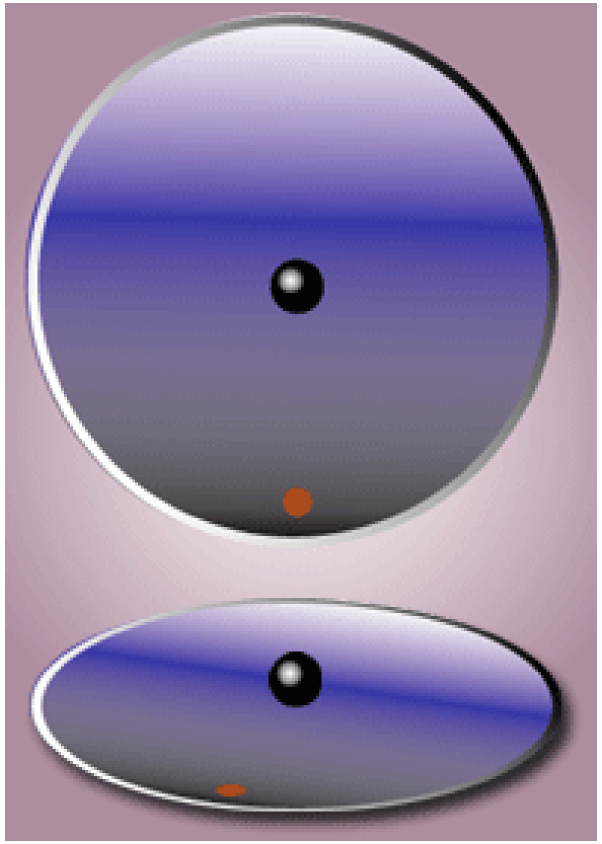
密度 低 ⟶ 高

（医用离心机）

核武器的原料收集^{235}U采用了同样的原理。

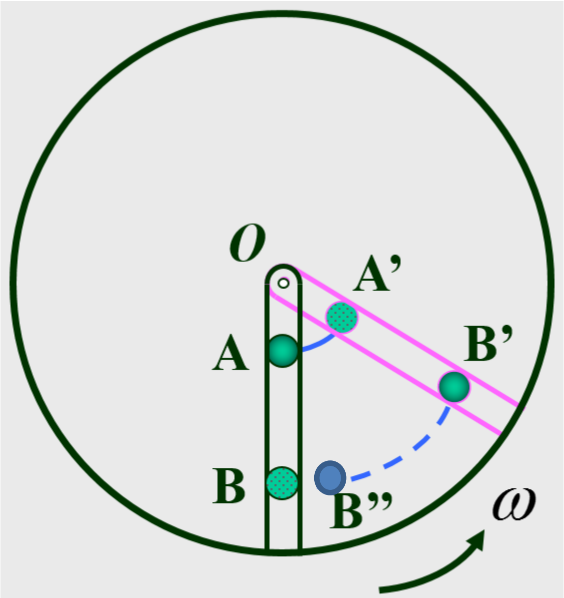
E、转动参考系中的惯性力

（2）科里奥利力：转动参考系S’中运动物体，除了受到惯性离心力外，还受到与运动相关的科里奥利力



左图：当一个质点相对于惯性系（屏幕）做直线运动时，相对于旋转体系其轨迹是一条曲线。立足于旋转体系（盘子），我们可以假想认为有一个力驱使质点运动轨迹形成曲线，这个力就是科里奥利力。

（2）科里奥利力



考虑最简单的案例：匀速转动盘，小球沿径向光滑槽以*v'*运动

S系：经Δ*t*，由**A**→**B'**，随*r*↑，*rω*↑，法向速度增加。

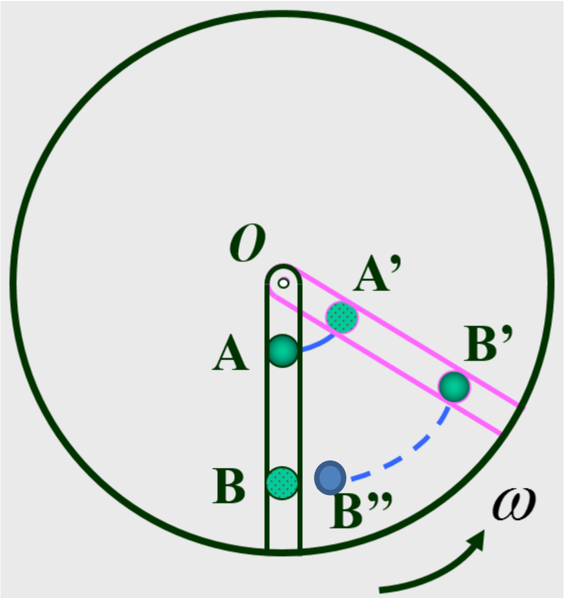
必有垂直于径向的加速度

原因：受到槽壁的作用力，$\vec{f} = m\vec{a}$

S'系：匀速直线运动，无加速度，但仍受槽壁作用

必有一惯性力存在，使 $\vec{f} + \vec{f}_c^{\,*} = 0$

（2）科里奥利力



位移B"B'由加速度引起

$$S_{B''B'}=\frac{1}{2}a\Delta t^2=\overline{A'B'}\cdot\Delta\varphi$$

$$\Delta\varphi=\omega\Delta t \quad \overline{A'B'}=v'\Delta t \quad \therefore\frac{1}{2}a\Delta t^2=v'\omega\Delta t^2 \quad a=2v'\omega$$

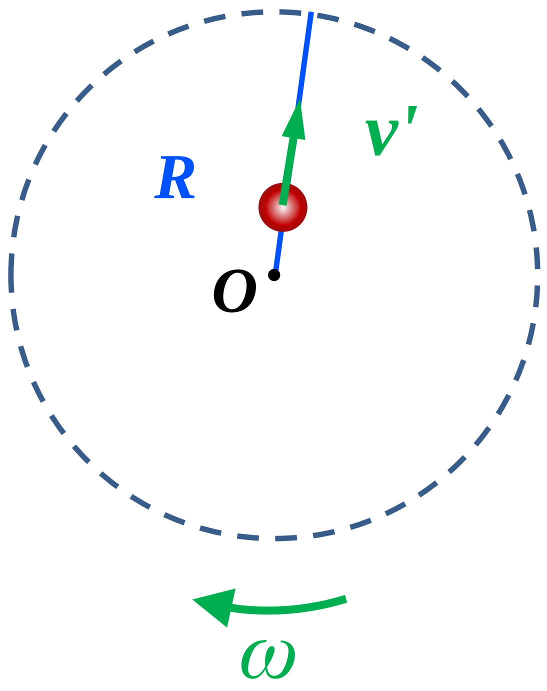
$$f_c^*=2mv'\omega$$

考虑到方向 $\vec{f}_c^*=2m\vec{v}'\times\vec{\omega}$

✓ 科里奥利力描述了在转动参考系中具有运动速度的物体受的与运动速度相关的惯性力。

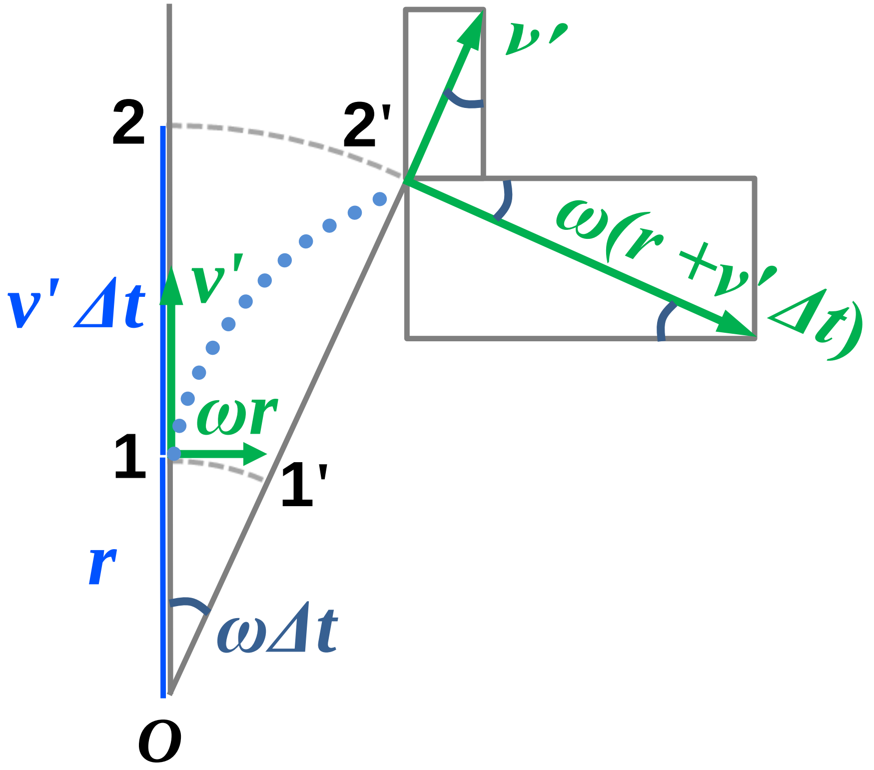
惯性离心力和科里奥利力的同时推导：

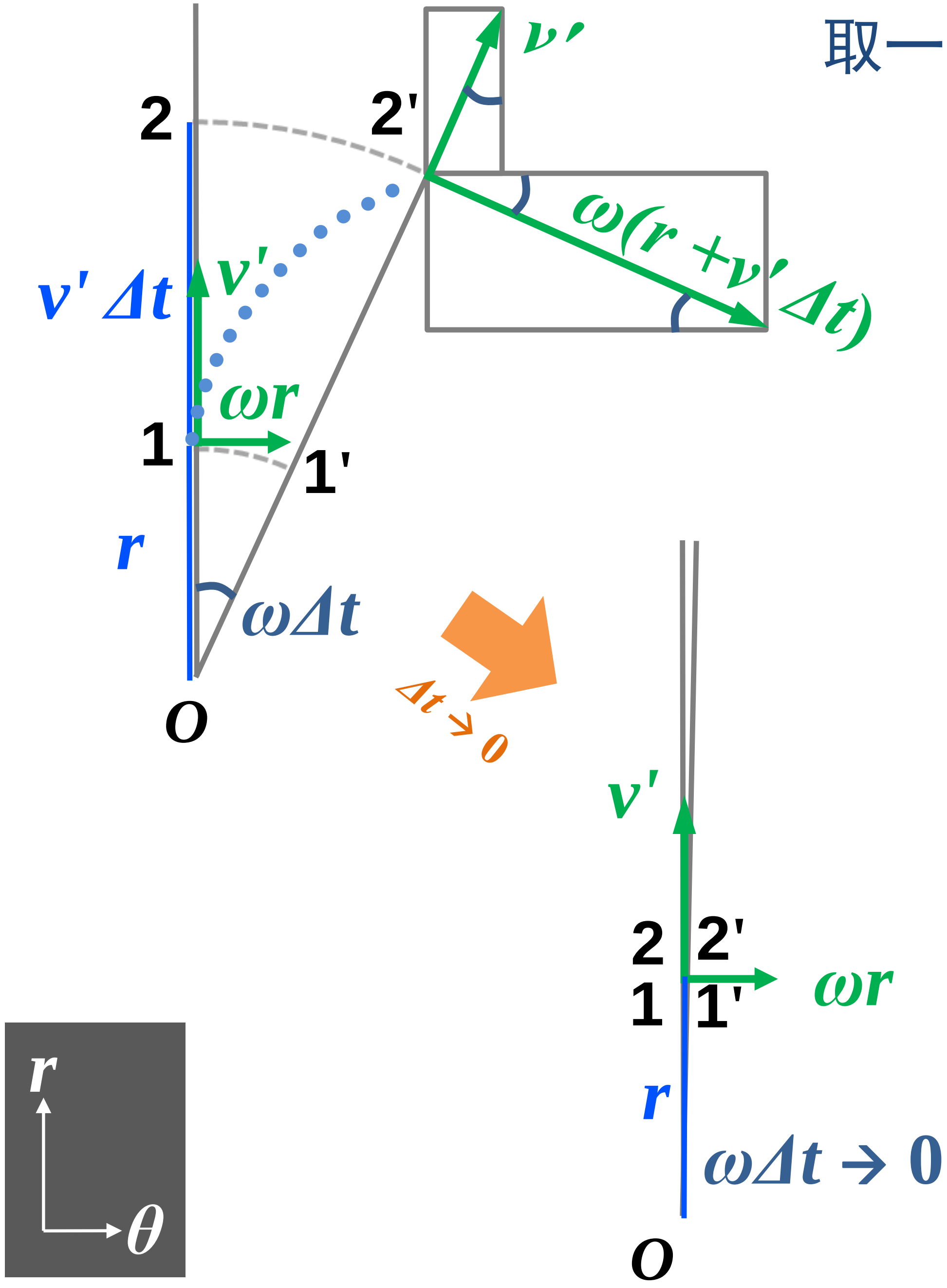
还是以转动盘上径向槽中的直线运动为例：圆盘半径为R，以匀角速度ω绕垂直于盘心O的轴线转动。一质量为m的质点沿径向槽自盘心以匀速度v'向外运动，求质点加速度各分量的量值。



取一小角度$\omega\Delta t$，

质点从 1 运动到 2'





取一小角度$\omega\Delta t$，质点在r和θ方向上速度的变化量：

$$\Delta v_r = [v'\cos\omega\Delta t - \omega(r+v'\Delta t)\sin\omega\Delta t] - v'$$
$$= [v' - \omega(r+v'\Delta t)\omega\Delta t] - v' = -\omega^2 r\Delta t$$

$$\Delta v_\theta = [\omega(r+v'\Delta t)\cos\omega\Delta t + v'\sin\omega\Delta t] - \omega r$$
$$= [\omega(r+v'\Delta t) + v'\omega\Delta t] - \omega r = 2\omega v'\Delta t$$

取极限$\Delta t \to 0$：

$$a_r = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta v_r}{\Delta t} = -\omega^2 r$$ 向心加速度

$$a_\theta = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta v_\theta}{\Delta t} = 2\omega v'$$ 科里奥利加速度

以上为简单情况的惯性离心力、科里奥利力的表达式

实际情况很复杂（三维、变速），往往需要用矢量表达式：

向心加速度：$\vec{a}_{ca}=-\omega^2\vec{r}$

离心力：$\vec{F}_{ca}=m\omega^2\vec{r}$

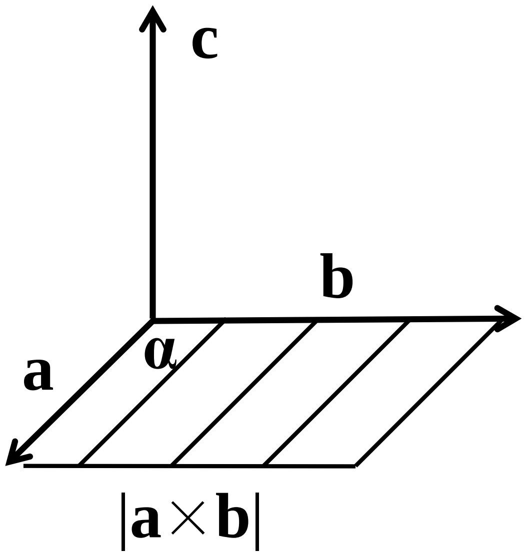
科里奥利加速度：$\vec{a}_c=2\vec{\omega}\times\vec{v}'$

科里奥利力：$\vec{F}_c=-2m\vec{\omega}\times\vec{v}'$

*矢量的叉积，同学们可以作为拓展学习。

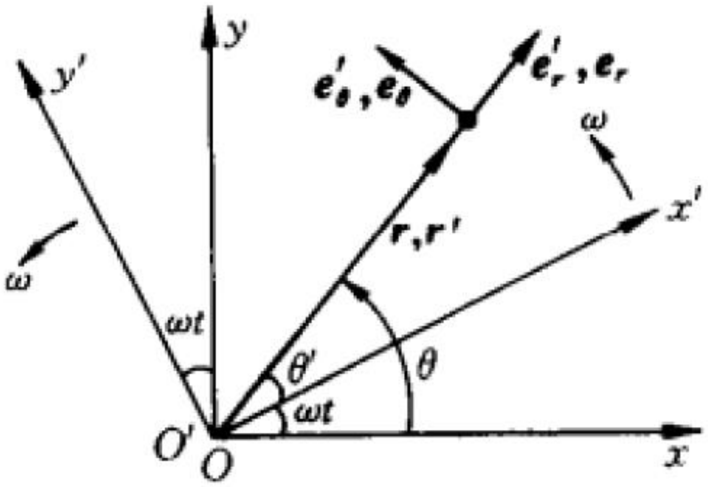
矢量的向量积（叉积）

- 定义：设矢量c是由两个矢量a和b按以下规定确定：
  - I. $|\mathbf{c}|=|\mathbf{a}||\mathbf{b}|\sin\alpha$，$\alpha$是**a**与**b**之间的夹角
  - II. **c**的方向垂直于**a**与**b**决定的平面，**c**的指向按右手规则确定，即右手四指以不超过p的角度，从**a**转向**b**时，拇指的指向就是**c**的指向。



则称矢量c是a与b的向量积（叉乘，叉积，外积），记为$\mathbf{c} = \mathbf{a}\times\mathbf{b}$

*惯性离心力和科里奥利力的一般性导出



惯性系: S

非惯性系：S’ 以角速度ω匀速绕S转动

坐标之间的联系

$$r = r', \qquad \theta = \theta' + \omega t,$$

$$\frac{dr}{dt} = \frac{dr'}{dt}, \qquad \frac{d^2 r}{dt^2} = \frac{d^2 r'}{dt^2},$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{d\theta'}{dt} + \omega, \qquad \frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{d^2\theta'}{dt^2},$$

单位矢量之间的联系

$$\boldsymbol{e}_r = \boldsymbol{e}'_r, \qquad \boldsymbol{e}_\theta = \boldsymbol{e}'_\theta.$$

建立S系描述的速度和加速度与S’系中的速度和加速度之间的联系

S’系

$$v'_r = dr'/dt, \qquad v'_\theta = r'\frac{d\theta'}{dt},$$

$$a'_r = \frac{d^2 r'}{dt^2} - r'\left(\frac{d\theta'}{dt}\right)^2, \qquad a'_\theta = r'\frac{d^2\theta'}{dt^2} + 2\frac{dr'}{dt}\frac{d\theta'}{dt}.$$

$$\vec{a} = \left(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2\right)\vec{e}_r + \left(r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}\right)\vec{e}_\theta$$

质点在 S 系的径向加速度可展开成

$$\boldsymbol{a}_r = \left[\frac{d^2 r}{dt^2} - r\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2\right]\boldsymbol{e}_r = \left[\frac{d^2 r'}{dt^2} - r'\left(\frac{d\theta'}{dt} + \omega\right)^2\right]\boldsymbol{e}'_r = \boldsymbol{a}'_r - 2\boldsymbol{v}'_\theta \times \boldsymbol{\omega} - \omega^2 \boldsymbol{r}'$$

*惯性离心力和科里奥利力的一般性导出

质点在 S 系的角向加速度可展开成

$$\boldsymbol{a}_\theta = \left(r\frac{\mathrm{d}^2\theta}{\mathrm{d}t^2} + 2\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}\right)\boldsymbol{e}_\theta = \left[r'\frac{\mathrm{d}^2\theta'}{\mathrm{d}t^2} + 2\frac{\mathrm{d}r'}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\mathrm{d}\theta'}{\mathrm{d}t} + \omega\right)\right]\boldsymbol{e}'_\theta = \boldsymbol{a}'_\theta - 2\boldsymbol{v}'_r \times \boldsymbol{\omega},$$

联合后，有

$$m(\boldsymbol{a}'_r + \boldsymbol{a}'_\theta) = m(\boldsymbol{a}_r + \boldsymbol{a}_\theta) + m\omega^2\boldsymbol{r}' + 2m(\boldsymbol{v}'_r + \boldsymbol{v}'_\theta) \times \boldsymbol{\omega}.$$

S 系中测得质点受真实力

$$\boldsymbol{F} = m(\boldsymbol{a}_r + \boldsymbol{a}_\theta) = m\boldsymbol{a},$$

S' 系中便需引入两个分别称为惯性离心力和科里奥利力的虚拟力

$$\boldsymbol{F}_c = m\omega^2\boldsymbol{r}', \qquad \boldsymbol{F}_{\mathrm{Cor}} = 2m(\boldsymbol{v}'_r + \boldsymbol{v}'_\theta) \times \boldsymbol{\omega} = 2m\boldsymbol{v}' \times \boldsymbol{\omega},$$

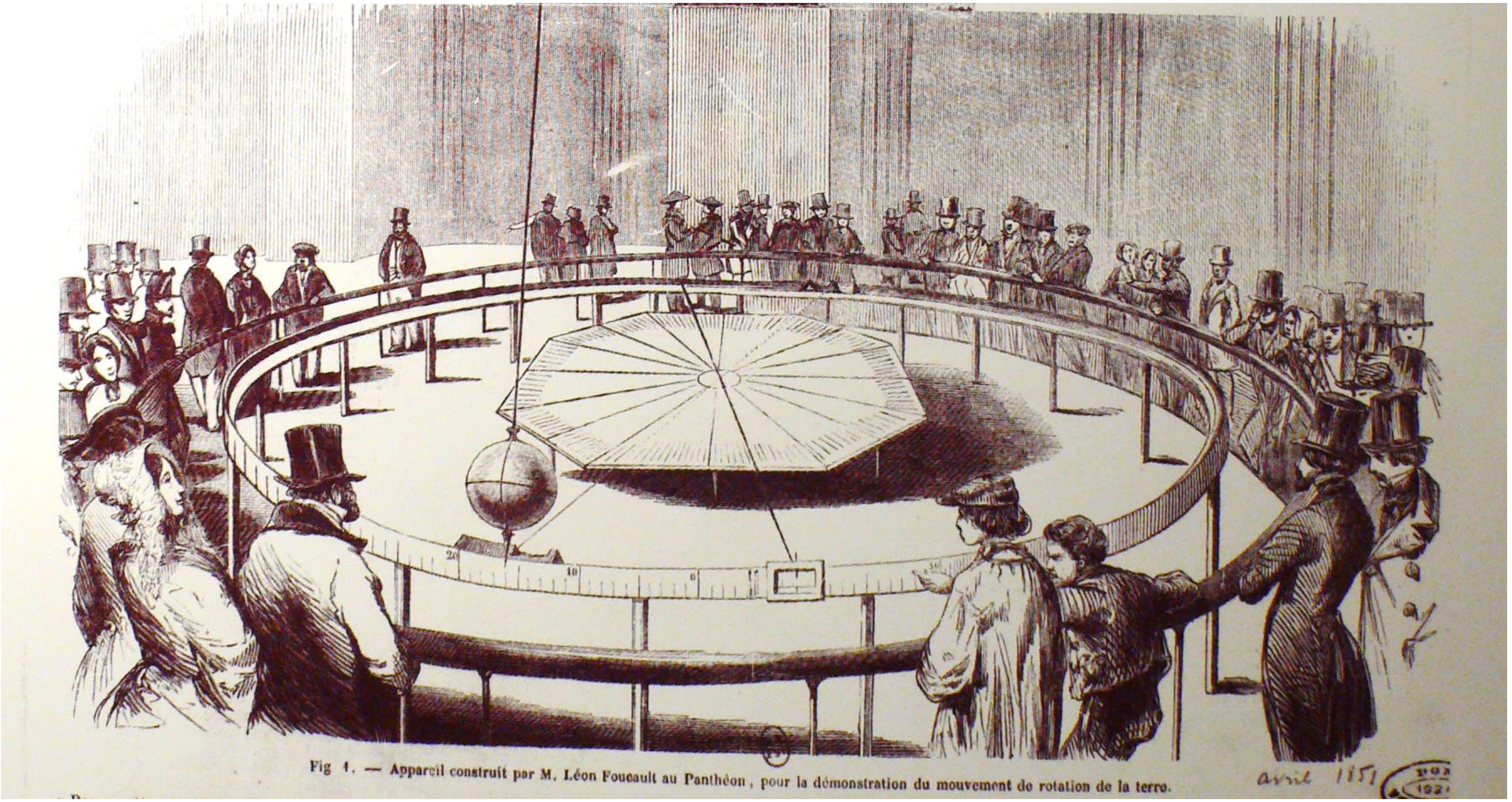
科里奥利力在地球上的表现

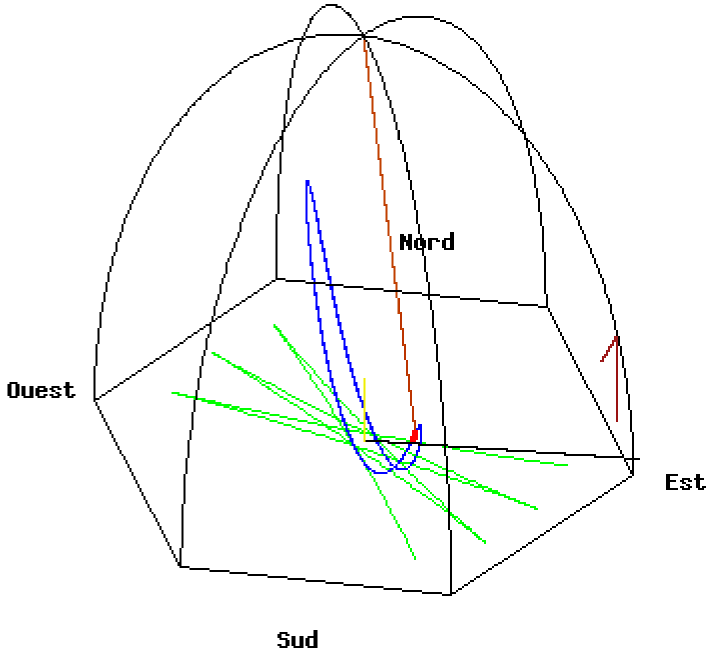
（1）运动偏转、落体偏东


NOVA
播放 (k)

科里奥利力在地球上的表现

（2）傅科摆：十个历史上最伟大的物理学实验之一

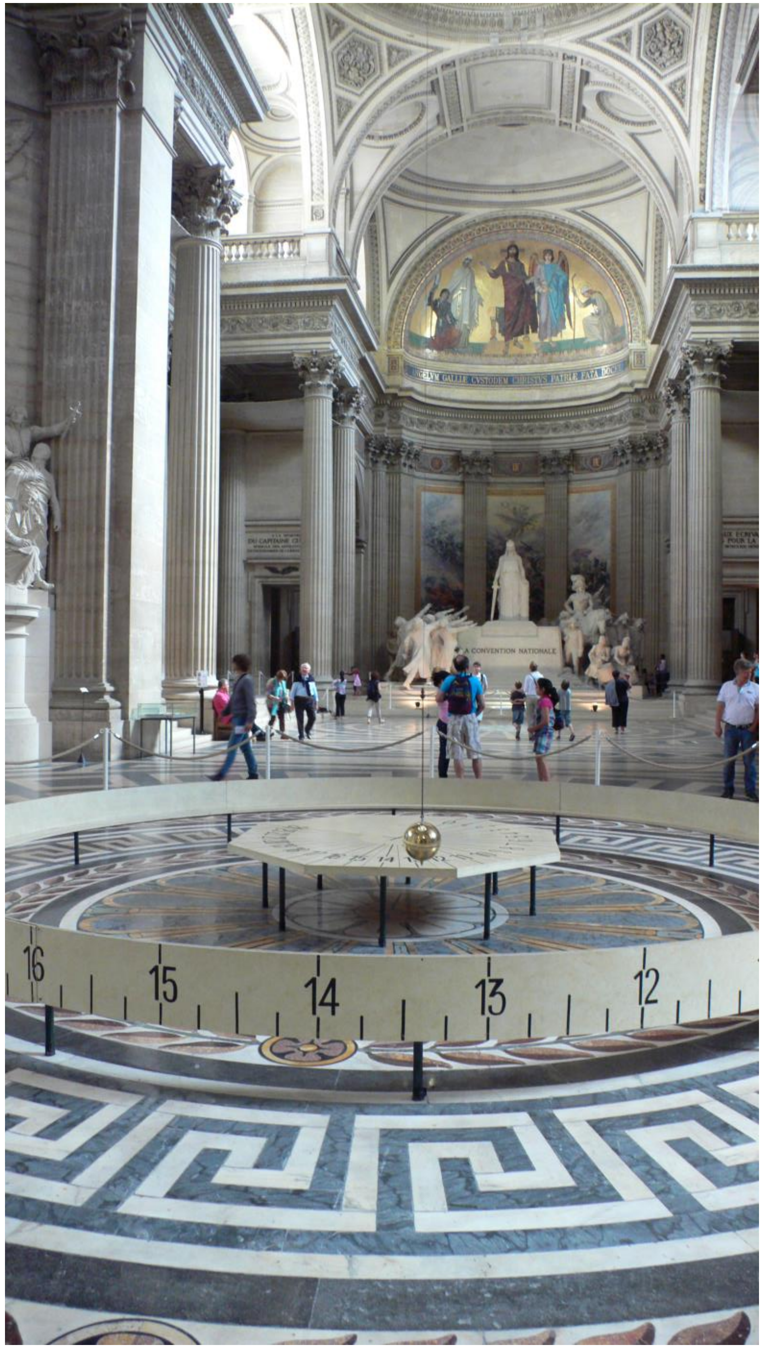




1851年在巴黎先贤祠的大厅里，让·傅科进行实验的67米长的摆。

巴黎先贤祠

2012.7



2012.7.22 18:25:46

~19分钟

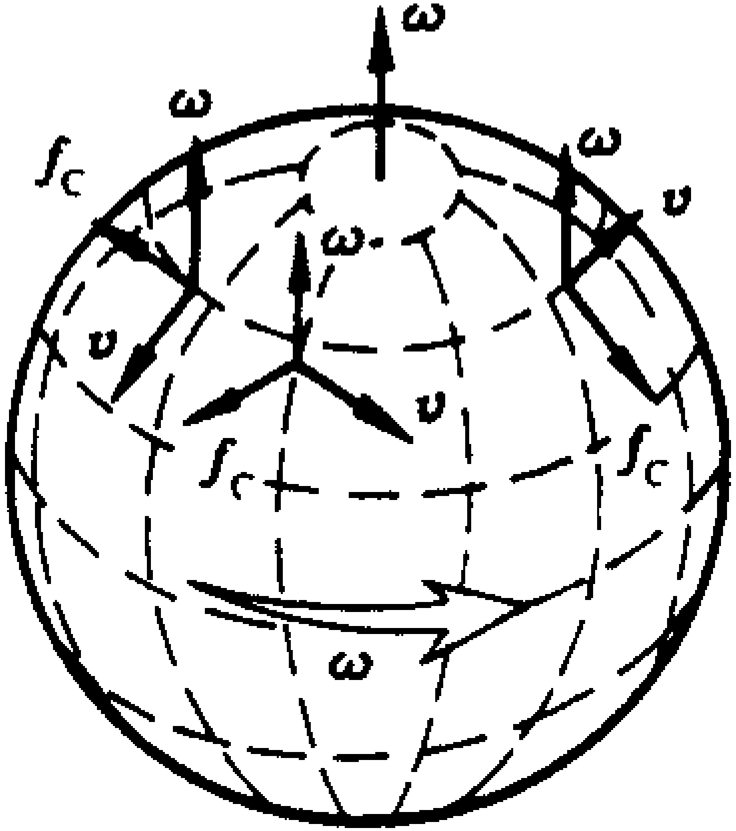
2012.7.22 18:44:36

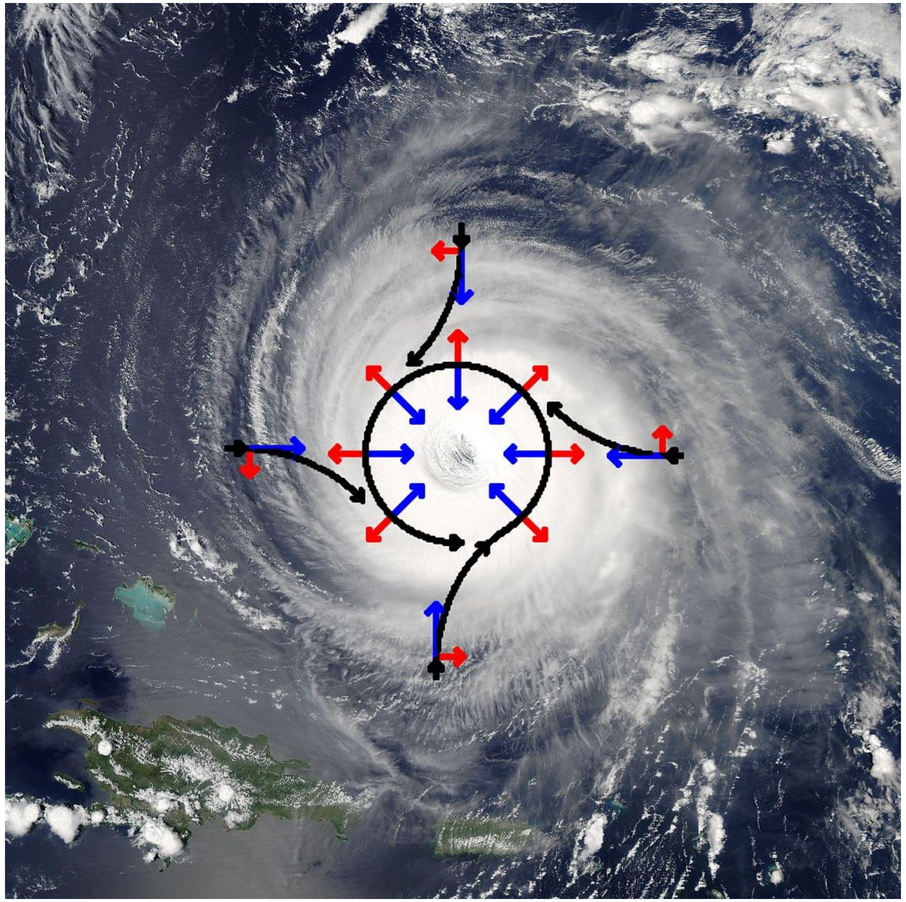
~32分钟

2012.7.22 19:16:42

科里奥利力在地球上的表现

（3）台风涡旋

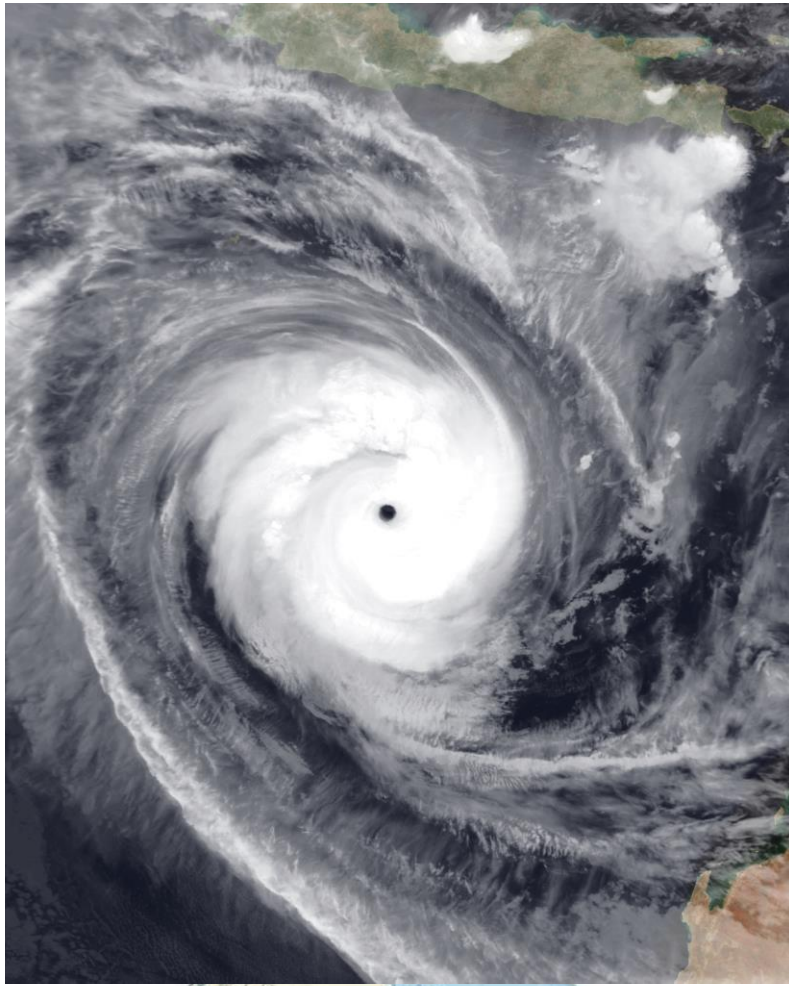




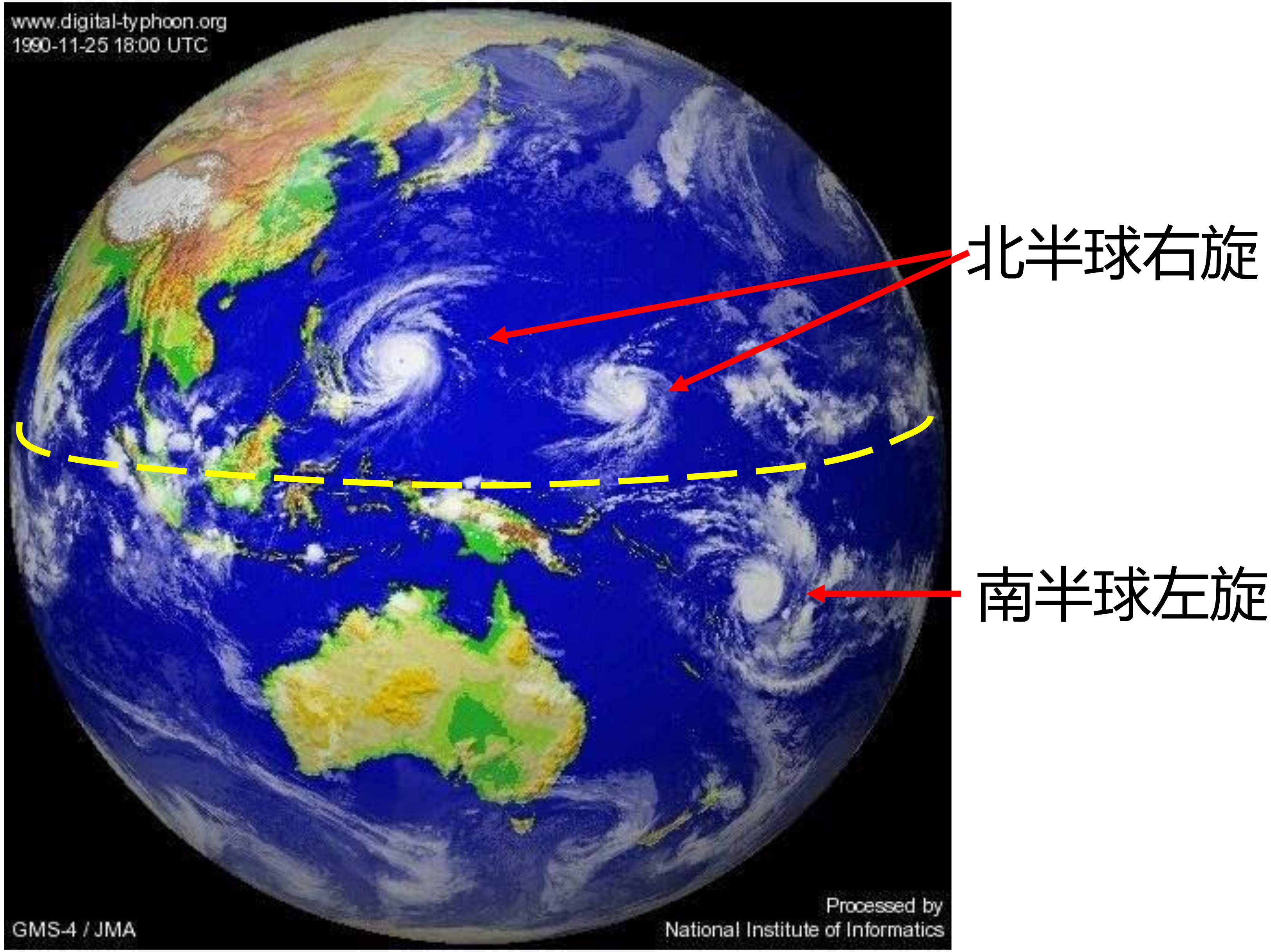
北半球台风

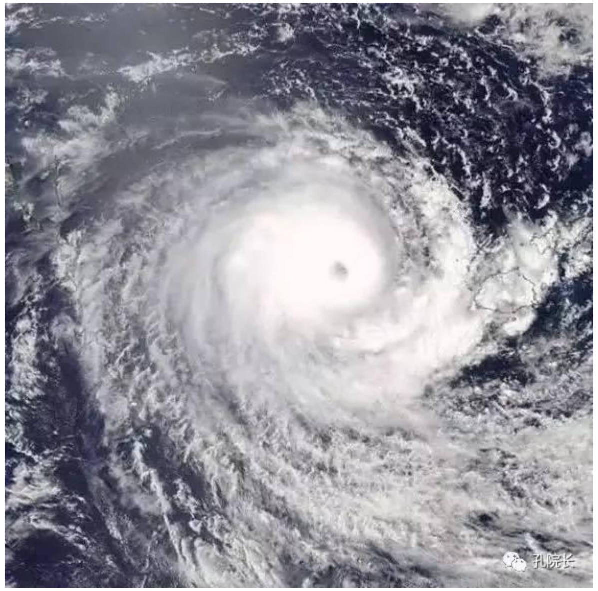
中国近海

南半球台风

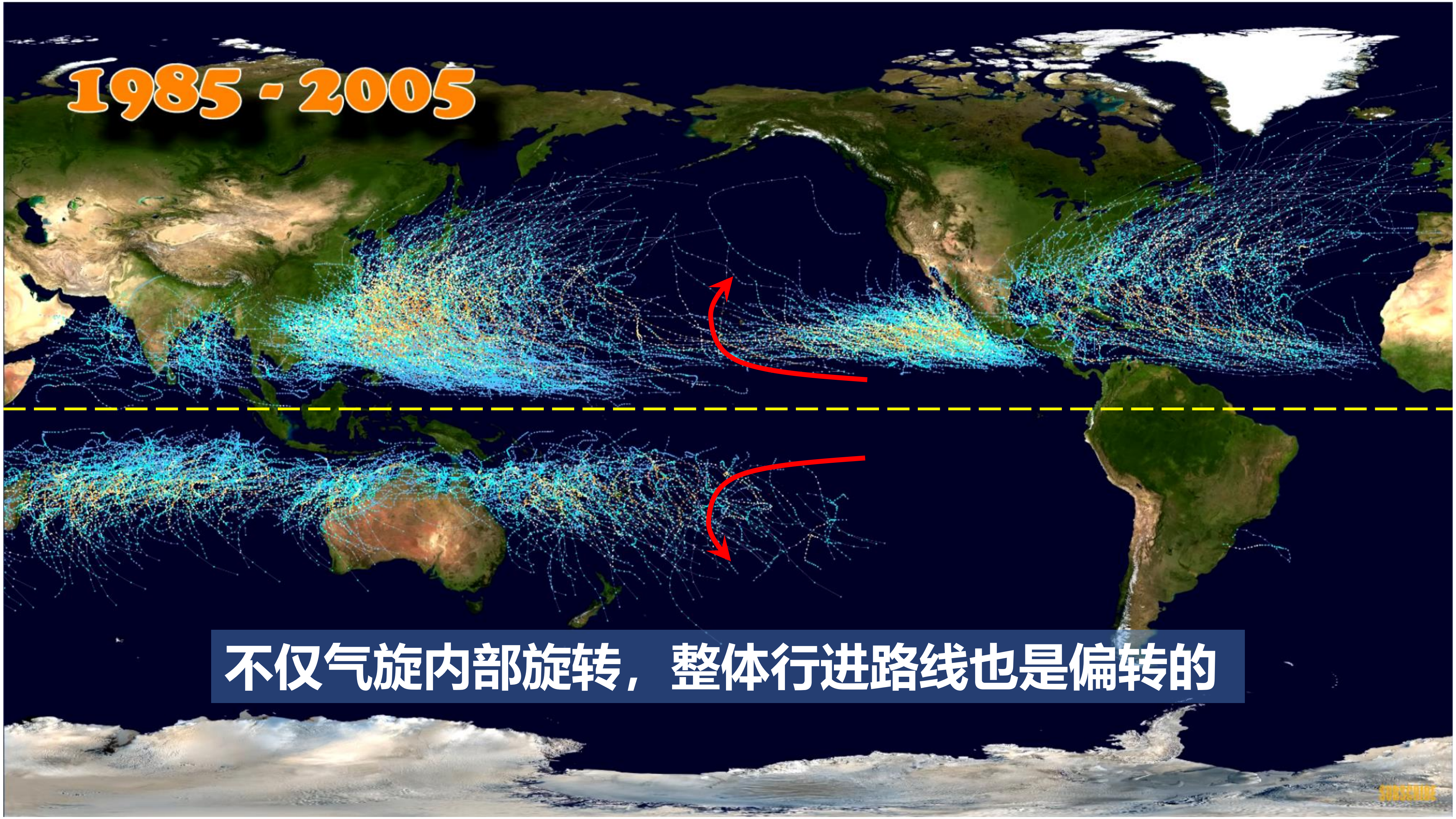


澳大利亚近海



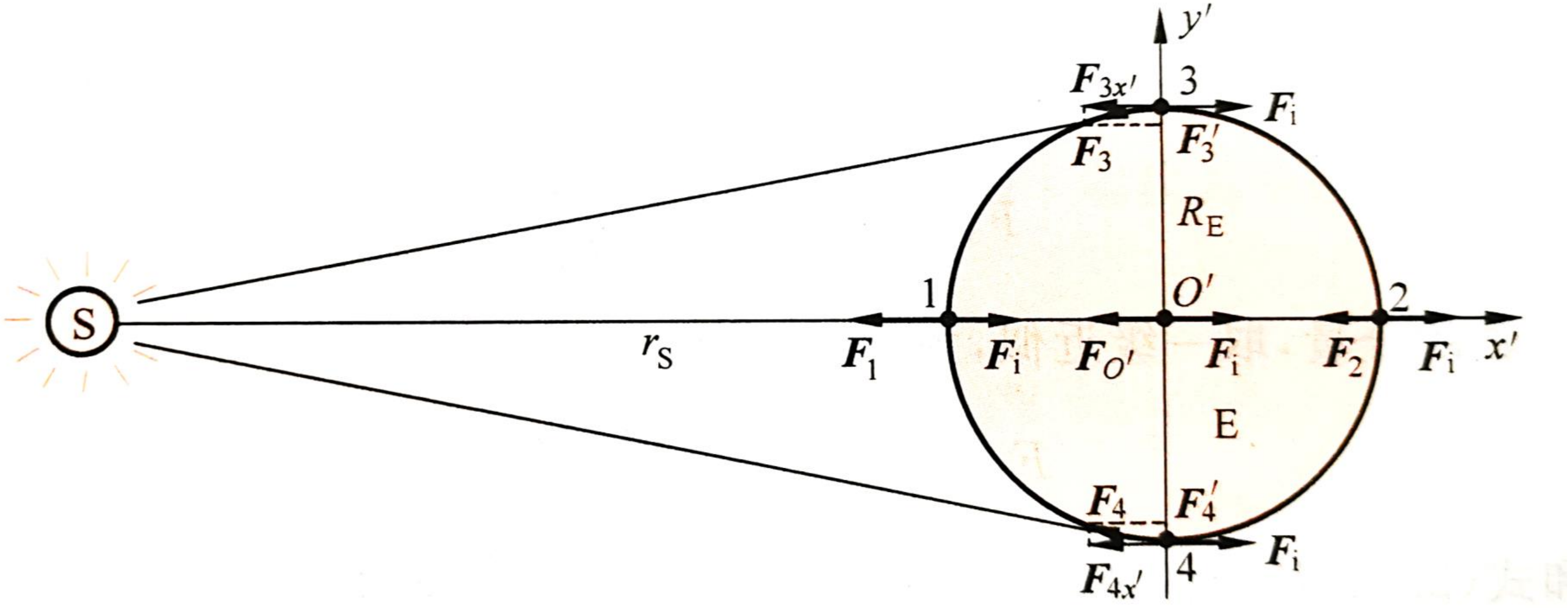


2016年2月20日夜间5级飓风“温斯顿”横扫斐济，这是南半球记录以来最强大的风暴。


1985 - 2005
不仅气旋内部旋转，整体行进路线也是偏转的

E、转动参考系中的惯性力

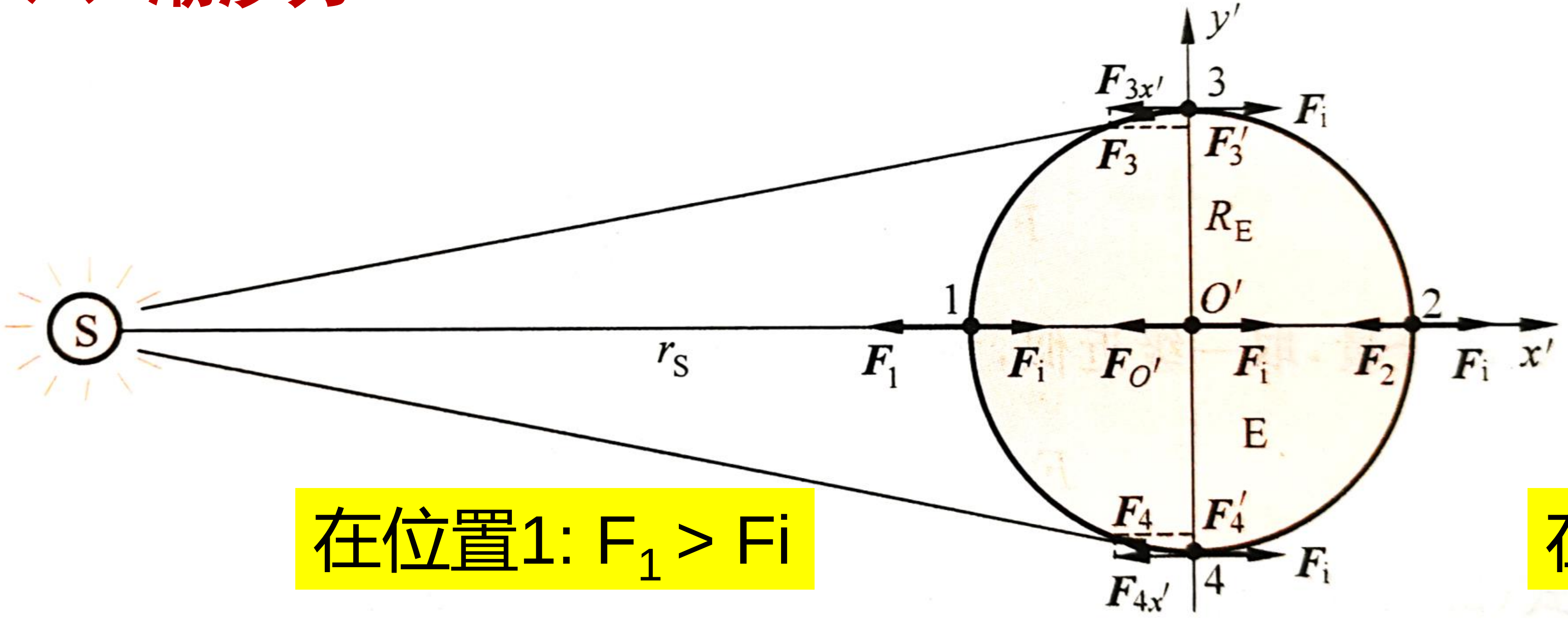
（3）潮汐力：相对于太阳参考系，地球参考系是一个非惯性系。



以地球为参考系，引入太阳的万有引力F_1/$F_{O'}$/F_2和惯性力F_i

E、转动参考系中的惯性力

（3）潮汐力



在位置1: $F_1 > Fi$

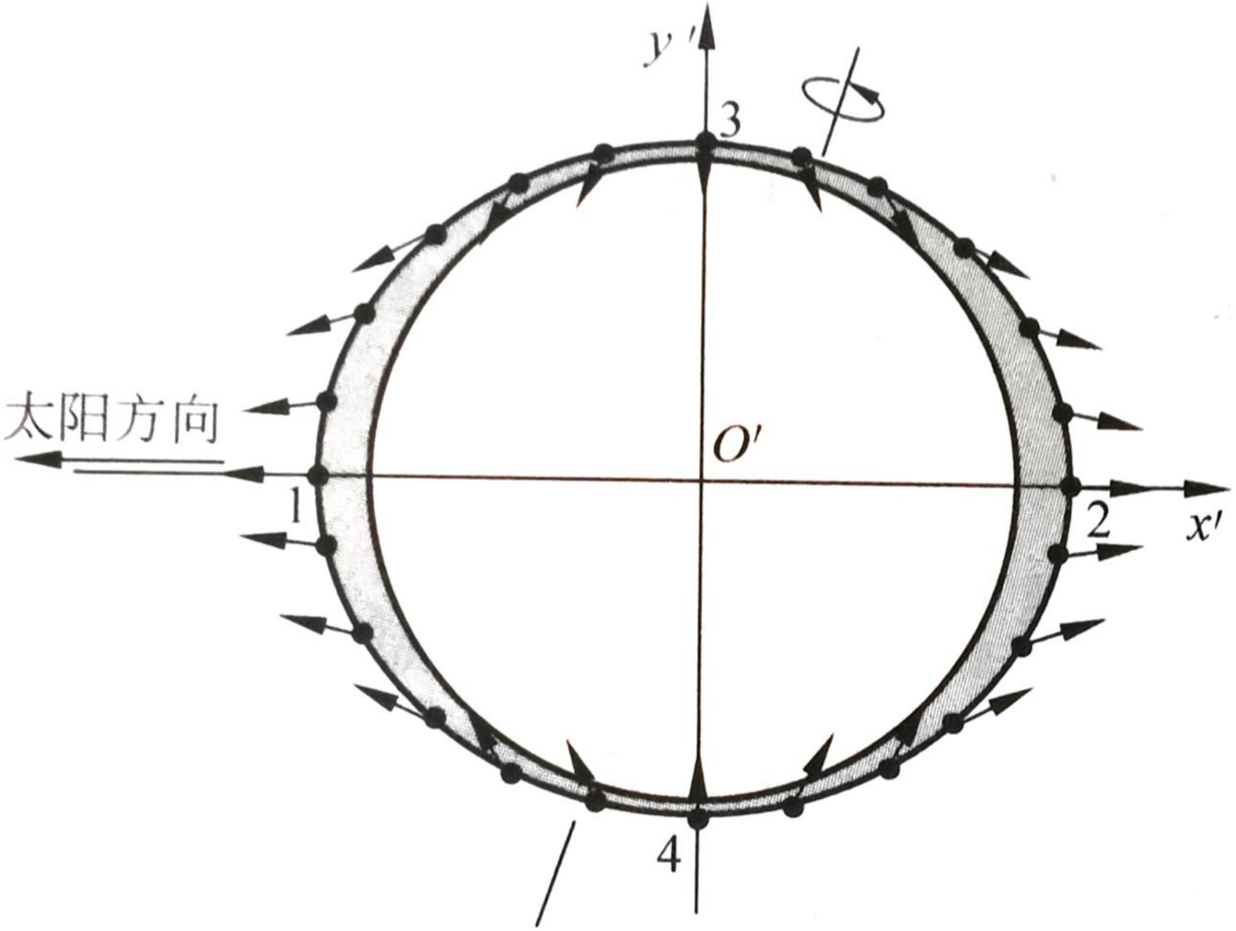
在位置2: $F_2 < F_i$

在地心: $F_{O'} = F_i$

在位置1和2物体所受合力均远离地面；在位置3和4所受合力均指向地面；

E、转动参考系中的惯性力

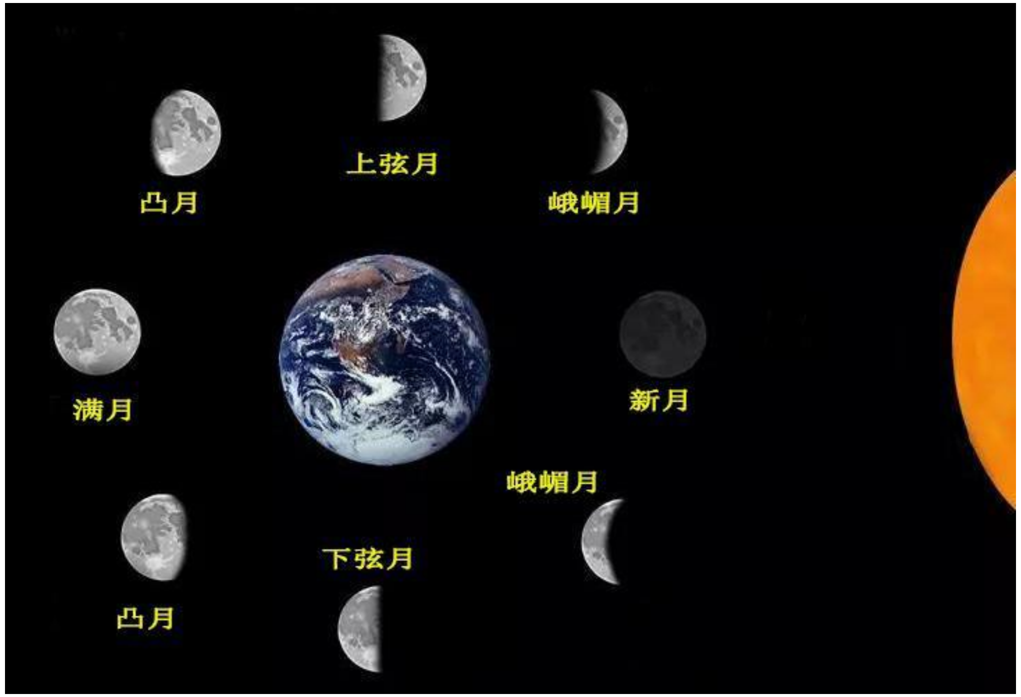
（3）潮汐力



地球表面潮汐力的分布

E、转动参考系中的惯性力

（3）潮汐力



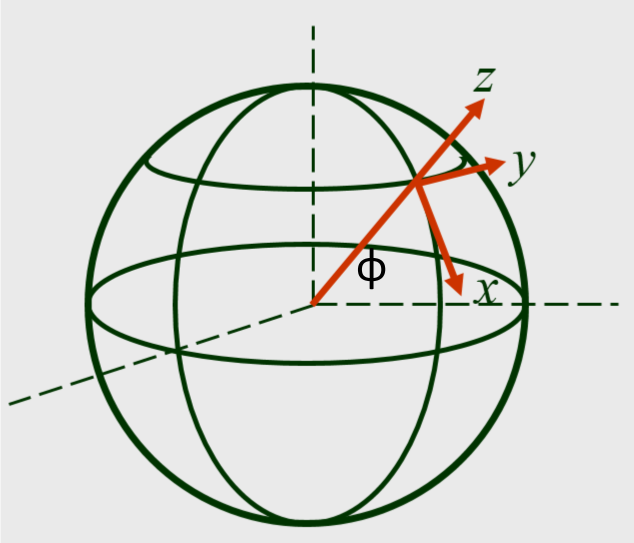
钱塘江涨潮

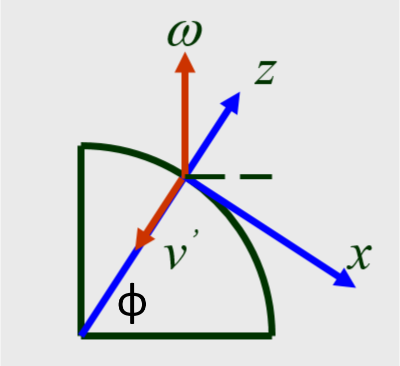
中秋时太阳直射赤道，且月亮、地球和太阳在一条直线上，潮汐力最大

*落体偏东问题

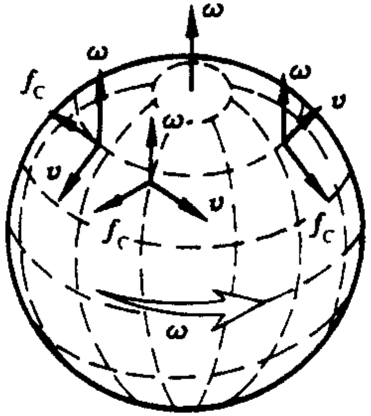
思考：南半球的情况？

让物体从*h*=60m的高度(二十层楼)自由落下。在北京(纬度~40°)，物体的落地处偏东~0.78cm；在上海(纬度~31°)，则偏东~0.87cm。





$$\vec{f}_c^{\,*} = -2m\vec{\omega}\times\vec{v}' = 2m\omega v'\cos\varphi\vec{j}$$



落体速度 $\vec{v}' = -gt\vec{k}$

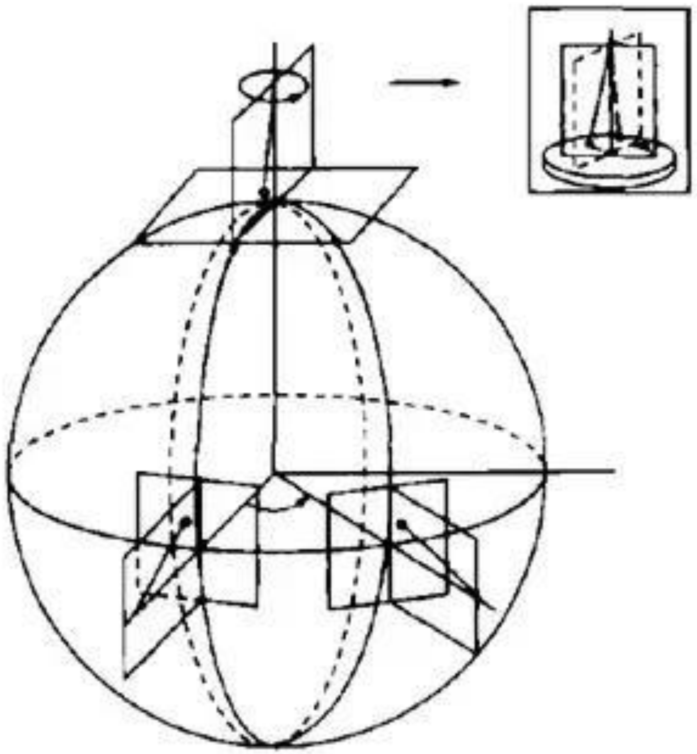
$$f_c^{*} = 2m\omega gt\cos\varphi\vec{j}$$

$$\therefore 2m\omega gt\cos\varphi = m\frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}$$

$$v_y = \omega g t^2\cos\varphi + c$$ **c = 0**

$$\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = \omega g t^2\cos\varphi \qquad y = \frac{1}{3}\omega g t^3\cos\varphi$$

$$z = h - \frac{1}{2}gt^2 \therefore t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \qquad y = \frac{1}{3}g\omega\left(\frac{2h}{g}\right)^{3/2}\cos\varphi = \frac{2h}{3}\sqrt{\frac{2h}{g}}\,\omega\cos\varphi$$



两极和赤道处的摆动平面

* 在地球各地的傅科摆实验周期不同：

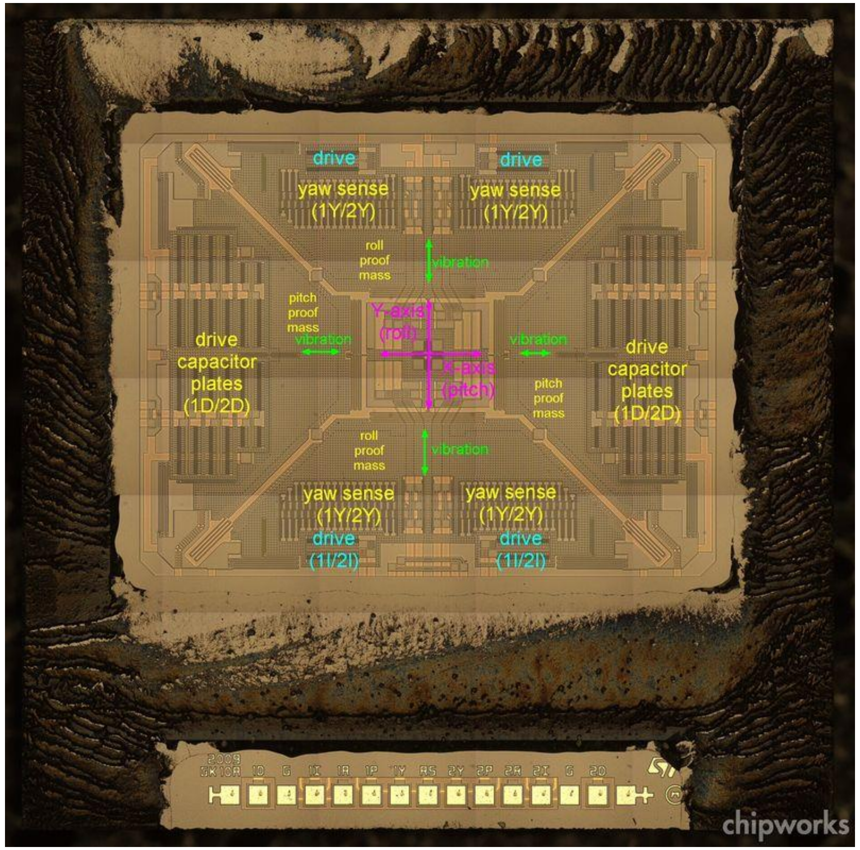
设摆盘所处地表为切面，在北极(南极)处，这个切面和地轴垂直，在南北极观测到傅科摆旋转一周的时间是A（A = 24 h）；

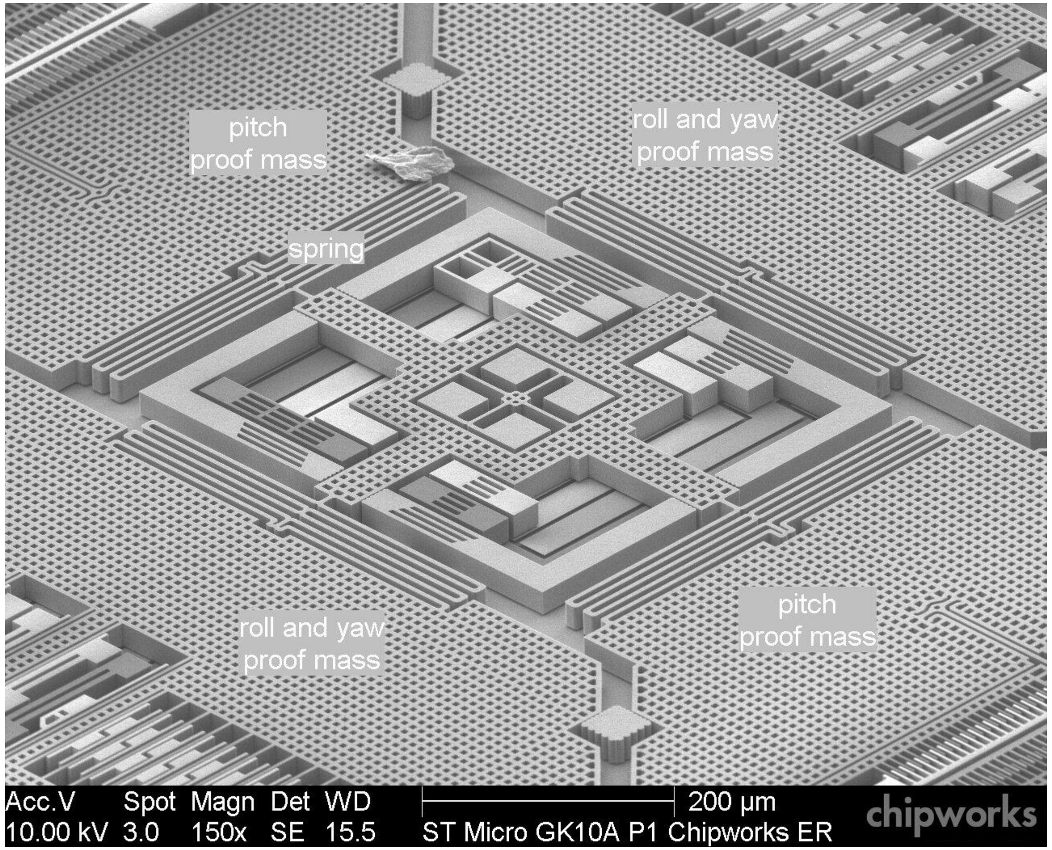
在任意纬度γ上，傅科摆旋转一周所需的时间是A/sinγ。

在赤道上，简单单摆，无法观察到旋转。

*非惯性系、惯性力的重要应用：加速度传感器、陀螺仪

——手机计步、汽车自动驾驶、航空航天、无人机飞控等的核心器件

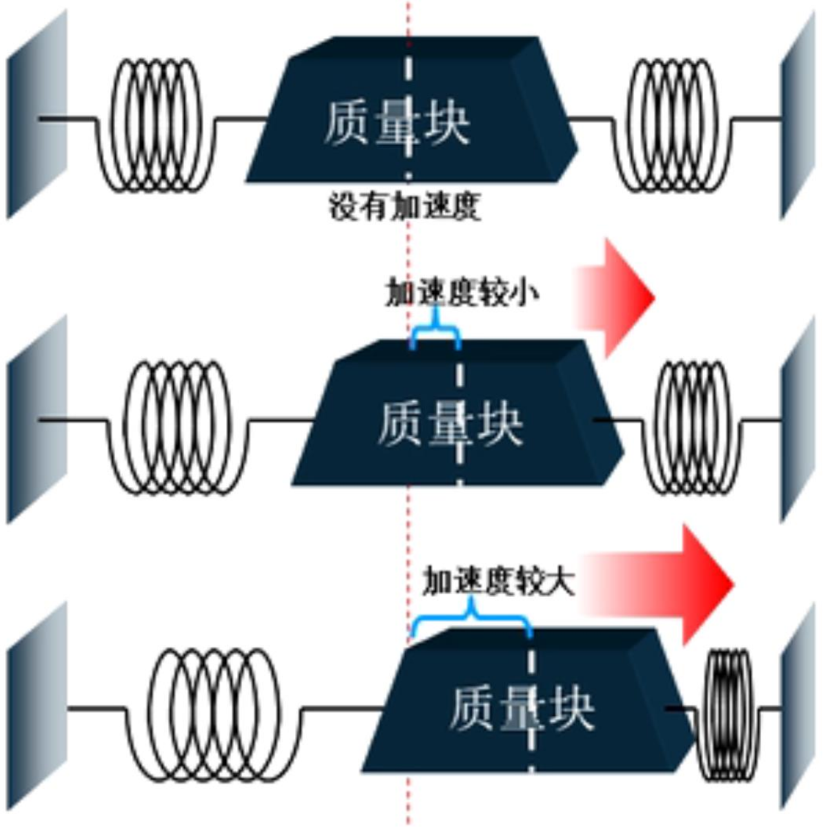


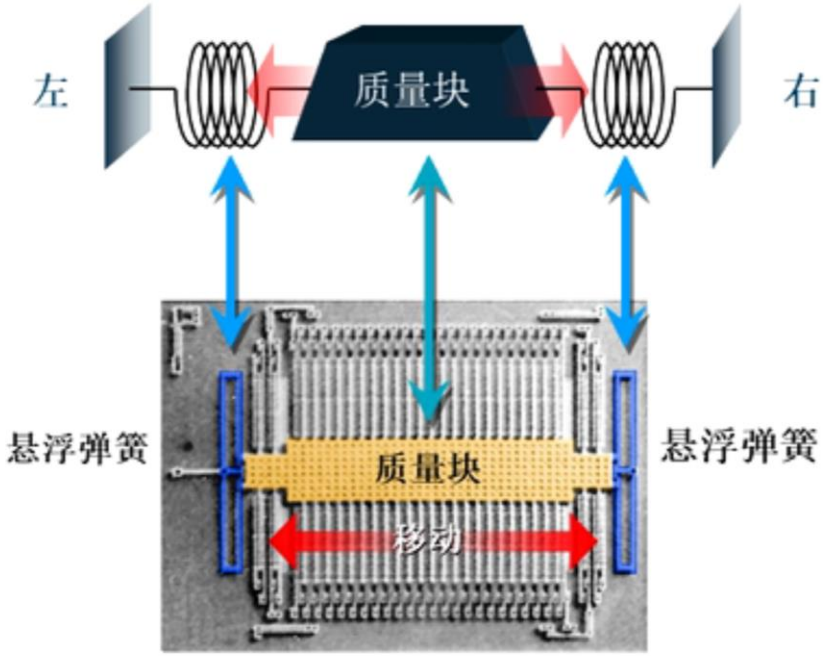


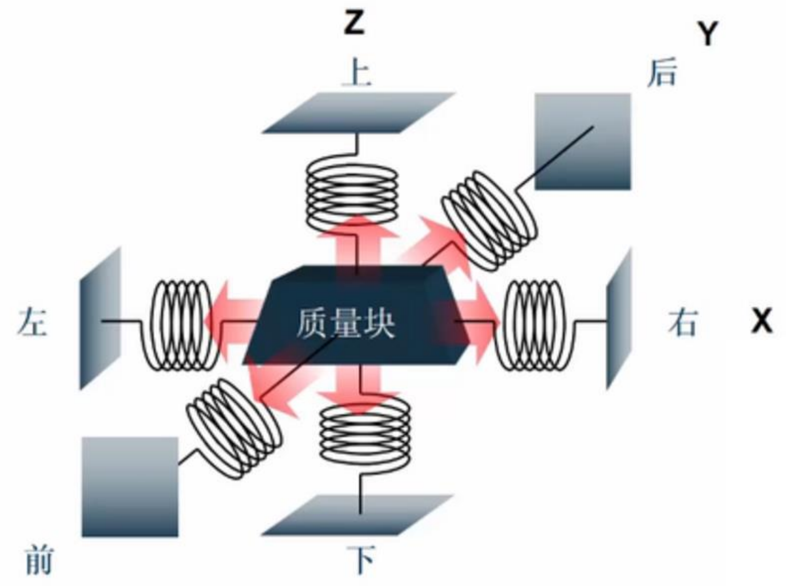
iPhone 4 Three-Axis Gyroscope:
STMicroelectronics L3G4200D

MEMS加速度计是如何工作的?

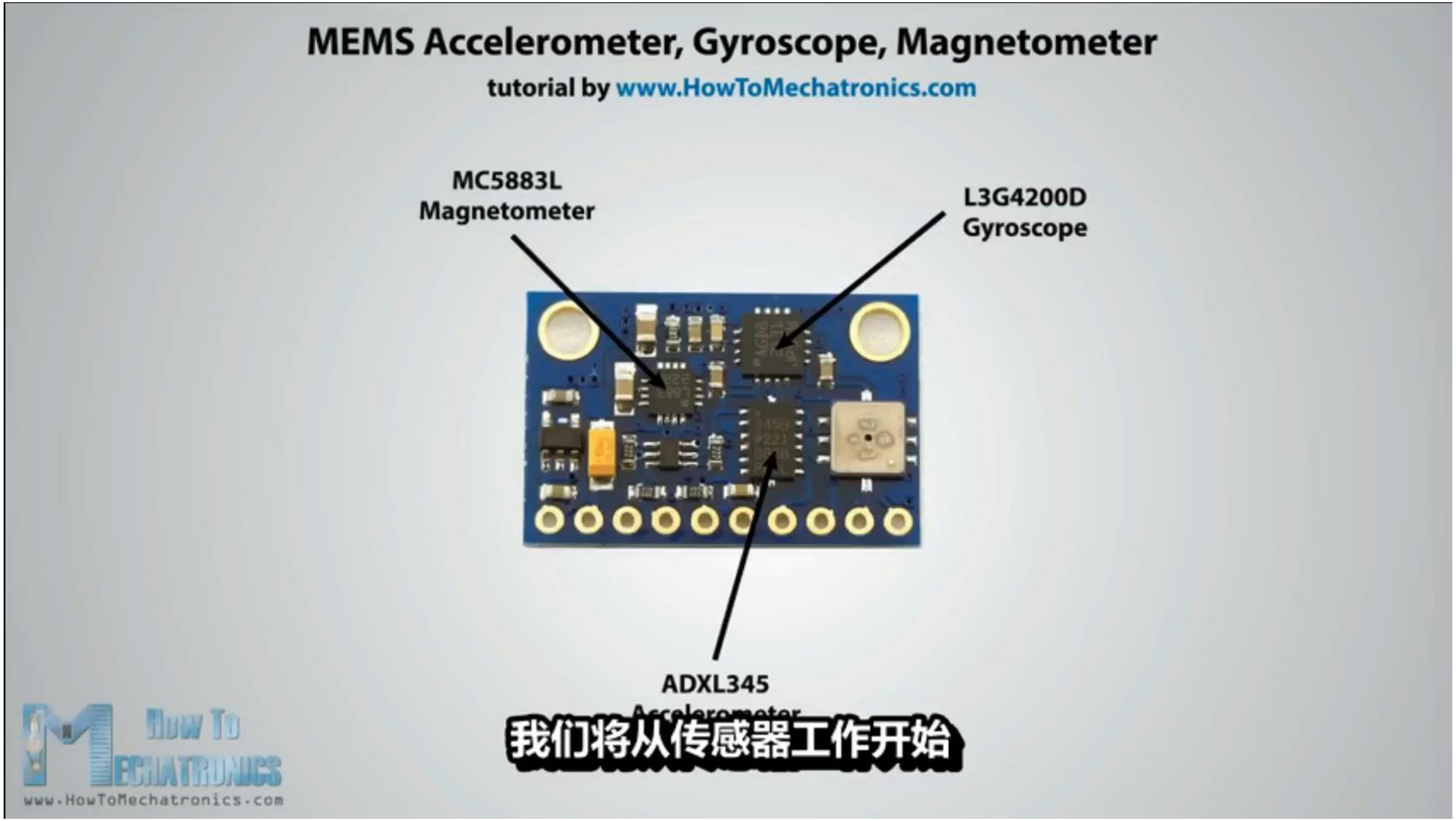
- 加速度计测量物体相对运动
  - 相对运动的距离会与产生加速度的力成正比







MEMS 加速度感应器、陀螺仪的工作原理



牛顿定律应用（如何解题）

两类问题：已知力求运动；已知运动求力。

解题思路：

确定物体；

分析运动状态（运动学条件，初始条件）；

分析受力；

选取坐标系，列出相应方程；

求解，讨论。

Homework #1

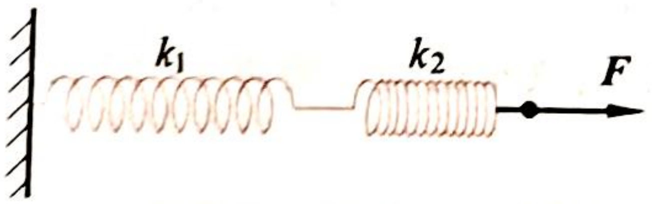
两根弹簧的劲度系数分别为k_1和k_2。

(1) 试证明它们串联起来时,总的劲度系数为

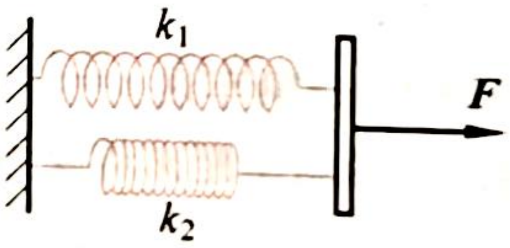
$$k = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$$

(2) 试证明它们并联起来时，总的劲度系数为

$$k = k_1 + k_2$$



(a)



(b)

Homework #2

星体自转的最大转速发生在其赤道上的物质所受向心力正好全部由引力提供之时。

(1)证明星体可能的最小自转周期为$T_{min} = \sqrt{3\pi/(G\rho)}$, 其中$\rho$为星体的密度。

(2)行星密度一般约为3.0x10^3 kg/m^3,求其可能最小自转周期。

Homework #3

如图所示，一个质量为m_1的物体拴在长为L_1的轻绳上,绳的另一端固定在一个水平光滑桌面的钉子上。另一物体质量为m_2，用长为L_2的绳与m_1连接。二者均在桌面上作匀速圆周运动，假设m_1,m_2的角速度为ω,求各段绳子上的张力。