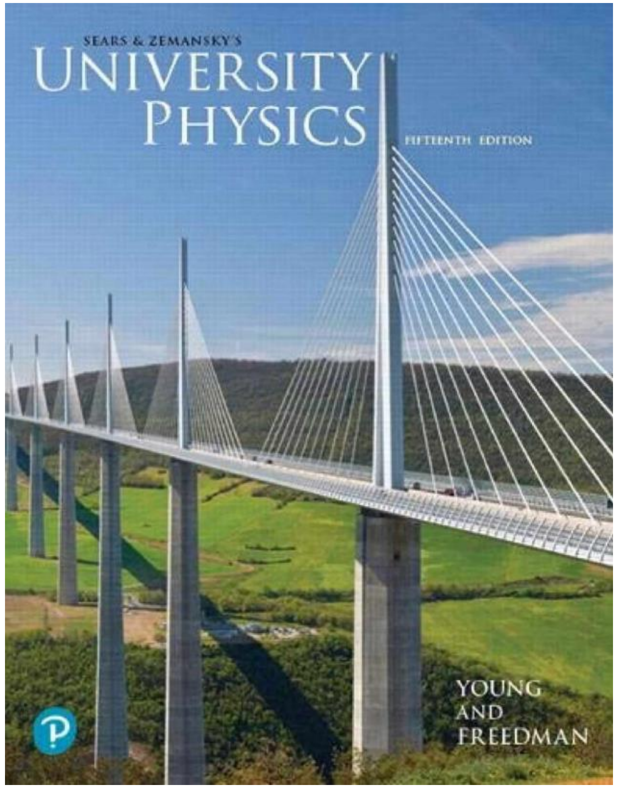
普通物理I PHYS1181 第13讲

振动
Oscillation



A2：振动的几个基本概念

幅度 A

周期 T

频率 f

角频率 ω

赫兹

$$1\ \text{hertz} = 1\ \text{Hz} = 1\ \text{cycle/s} = 1\ \text{s}^{-1}$$

In periodic motion **frequency and period** are reciprocals of each other.

$$f = \frac{1}{T} \qquad T = \frac{1}{f}$$

Period

Frequency

Angular frequency related to frequency and period

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

Frequency

Period

B. 简谐振动（simple harmonic oscillation）

B1：简谐运动（SHM）：弹性力 F 与偏离平衡位置的位移 x 成正比

理想弹簧的弹性力，满足线性的胡克定律：

k ——弹簧的弹性系数（劲度系数）

Restoring force exerted by an **ideal spring**

$$F_x = -kx$$

x-component of force

Displacement

Force constant of spring

质量为 m 物体做简谐振动的加速度方程：

Equation for simple harmonic motion

$$a_x = \frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x$$

x-component of acceleration

Second derivative of displacement

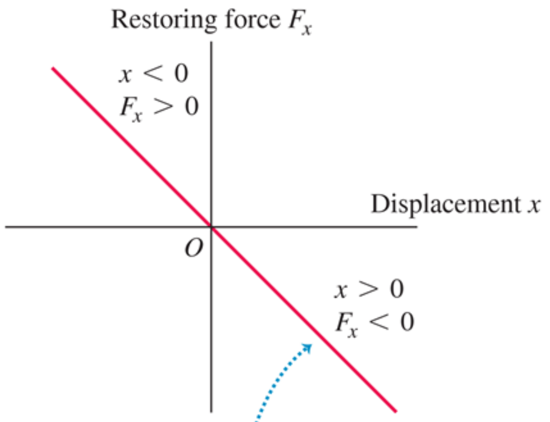
Force constant of restoring force

Displacement

Mass of object

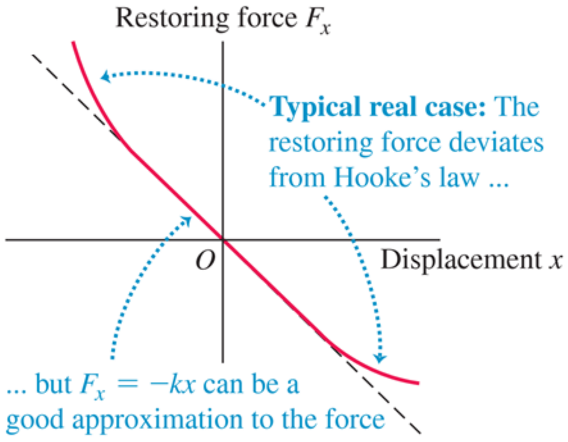
- 简谐振动中，周期与频率不依赖于幅度 A.

理想弹簧



The restoring force exerted by an idealized spring is directly proportional to the displacement (Hooke's law, $F_x = -kx$): the graph of F_x versus x is a straight line.

实际弹簧



Typical real case: The restoring force deviates from Hooke's law ...

... but $F_x = -kx$ can be a good approximation to the force if the displacement x is sufficiently small.

B2：简谐振动的描述

由简谐运动的加速度方程：$F_x = ma = m\dfrac{d^2x}{dt^2} = -kx$

定义**角频率** ω：

Angular frequency for simple harmonic motion $\omega = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$ (k: Force constant of restoring force; m: Mass of object)

$$\omega^2 = \frac{k}{m}$$

可得：

简谐振动的特征方程

$$\boxed{\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0}$$

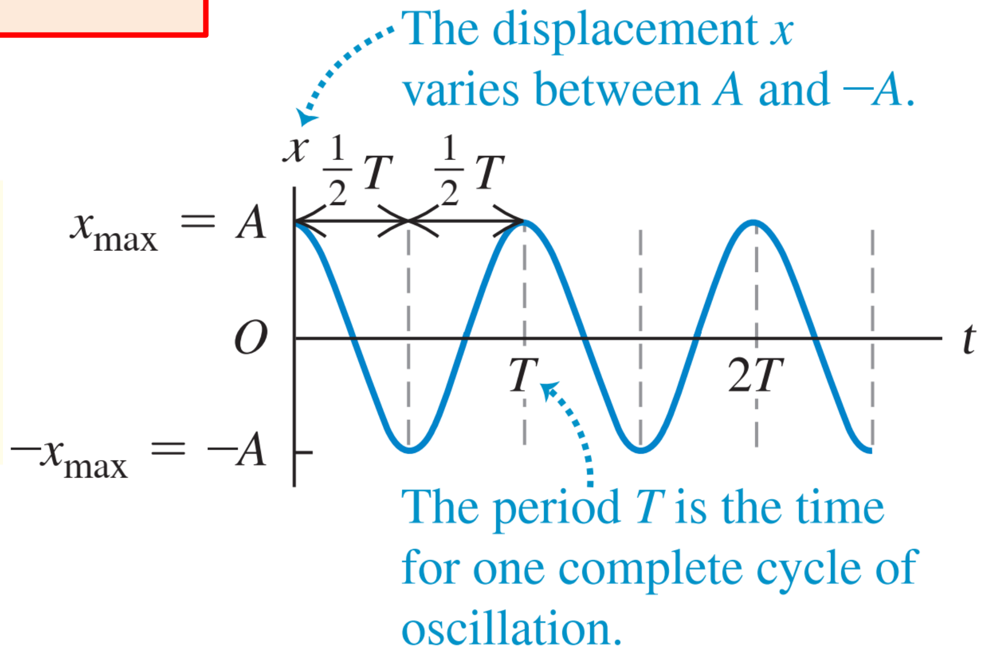
解此微分方程，可得**简谐运动方程**：

Displacement in simple harmonic motion as a function of time:

$$x = A\cos(\omega t + \phi)$$

Amplitude: A; Time: t; Phase angle: ϕ; Angular frequency $= \sqrt{k/m}$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \qquad T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$



简谐运动的**速度方程、加速度方程**：

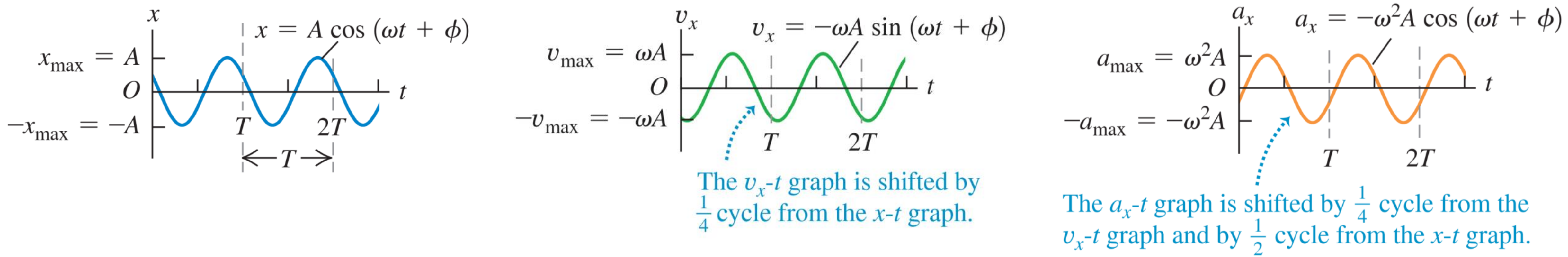
$$v_x = \frac{dx}{dt} = -\omega A \sin(\omega t + \phi) \qquad \text{(velocity in SHM)}$$

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 A \cos(\omega t + \phi) \qquad \text{(acceleration in SHM)}$$

(a) Displacement x as a function of time t

(b) Velocity v_x as a function of time t

(c) Acceleration a_x as a function of time t



C. 简谐振动的能量

动能：$$K=\frac{1}{2}m\dot{x}^2=\frac{1}{2}m\omega^2A^2\text{Sin}^2(\omega t+\varphi)$$

势能：$$U=\frac{1}{2}kx^2=\frac{1}{2}kA^2\text{Cos}^2(\omega t+\varphi)=\frac{1}{2}m\omega^2A^2\text{Cos}^2(\omega t+\varphi)$$

$$\omega^2=\frac{k}{m}\qquad \cos^2\alpha+\sin^2\alpha=1.$$

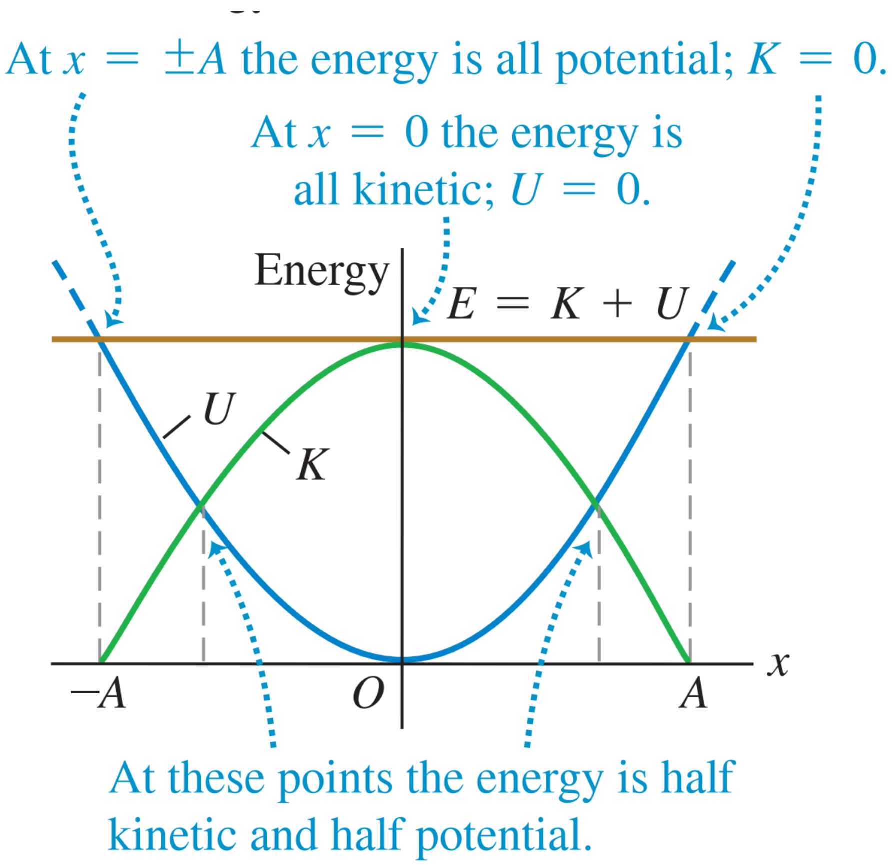
所以总的**机械能**：

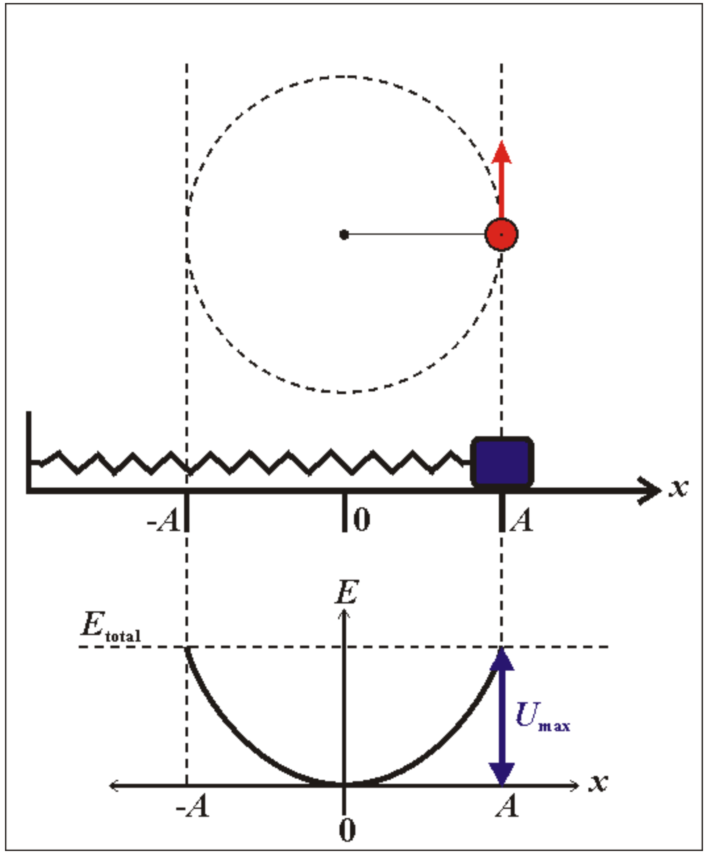
Mass　Force constant of restoring force

Total mechanical energy in simple harmonic motion $$E=\frac{1}{2}mv_x^2+\frac{1}{2}kx^2=\frac{1}{2}kA^2=\text{constant}$$

Velocity　Displacement　Amplitude

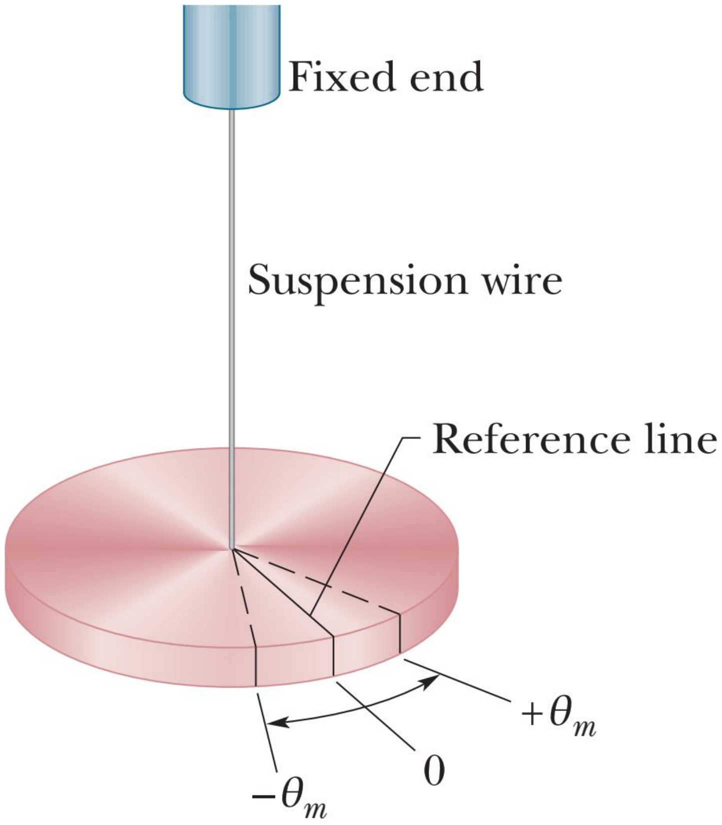
简谐振动的总机械能守恒 $E = \frac{1}{2}kA^2$，只和最大振幅A有关





D. 扭摆（torsion pendulum）

扭摆是一种角简谐振动（angular simple harmonic motion）



扭矩： $\tau = -\kappa\theta.$

$$\theta = \Theta\cos(\omega t + \phi)$$

κ 为扭转常数　　Θ 为最大角位移（角幅度）

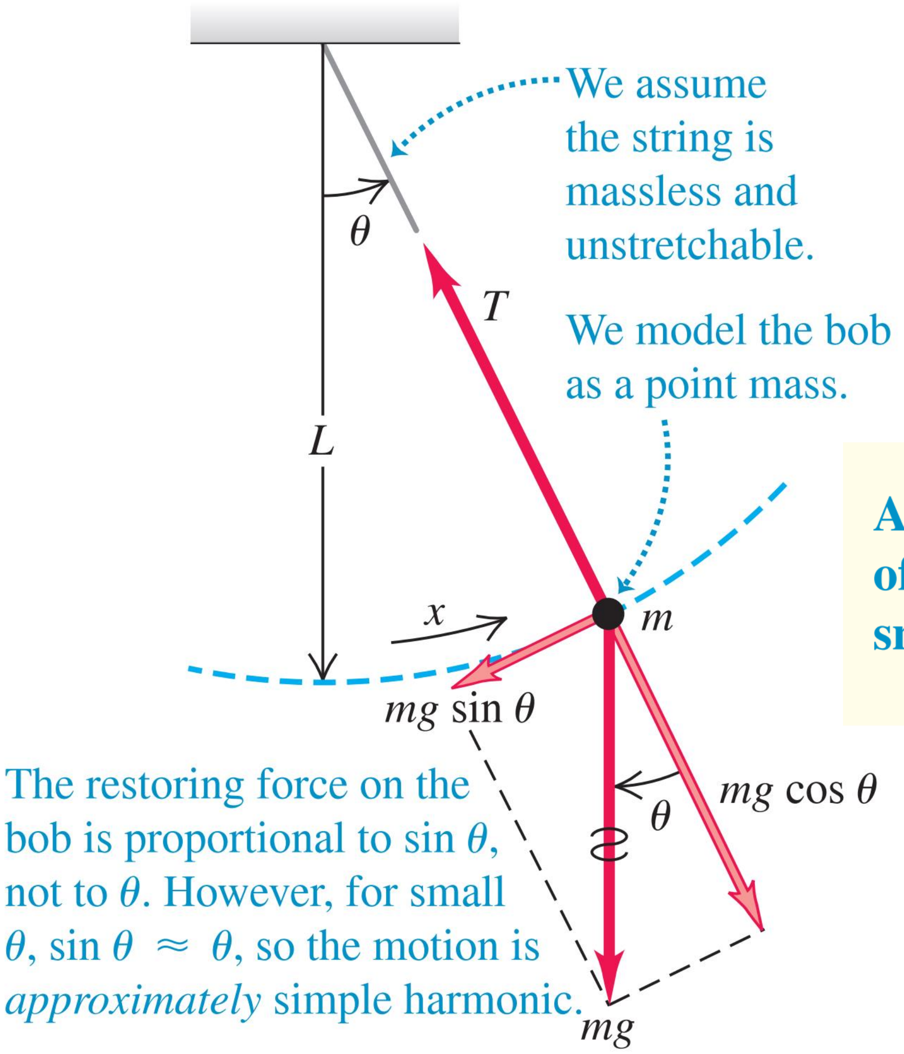
Angular simple harmonic motion: Angular frequency $\omega = \sqrt{\dfrac{\kappa}{I}}$ and Frequency $f = \dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{\kappa}{I}}$

Torsion constant divided by moment of inertia

I 为圆盘的转动惯量

E. 单摆（simple pendulum）

$$\sin\theta = \theta - \frac{\theta^3}{3!} + \frac{\theta^5}{5!} - \cdots \approx \theta$$



$$F_\theta = -mg\sin\theta$$

振幅很小时，$\mathrm{Sin}\theta \approx \theta$，近似为简谐运动：

$$F_\theta = -mg\theta = -mg\frac{x}{L} = -\frac{mg}{L}x$$

角频率为：

Angular frequency of simple pendulum, small amplitude

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{mg/L}{m}} = \sqrt{\frac{g}{L}}$$

Acceleration due to gravity

Pendulum length

Pendulum mass (cancels)

周期为：

Period of simple pendulum, small amplitude

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{f} = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

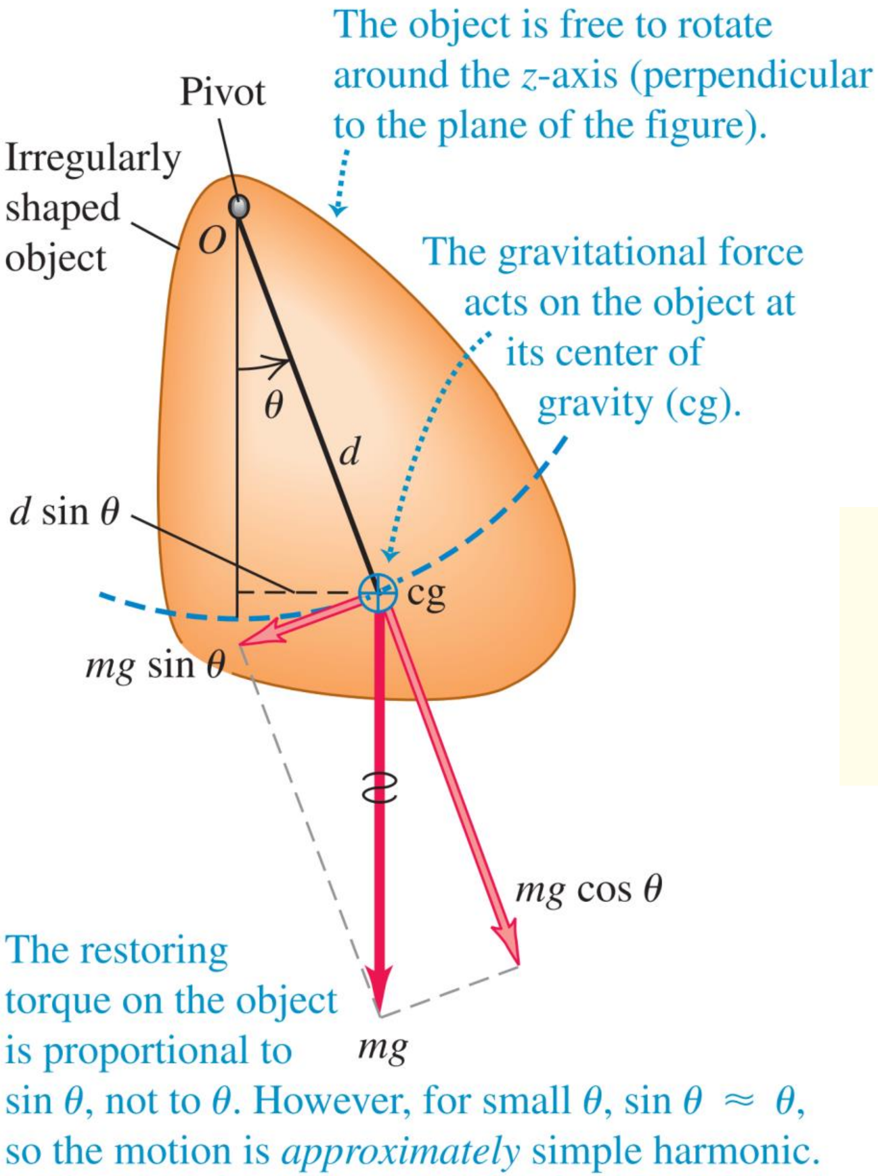
Pendulum length

Acceleration due to gravity

Angular frequency

Frequency

F. 复摆（physical pendulum）



$$\tau_z = -(mg)(d\sin\theta)$$

振幅很小时，Sinθ ~ θ，近似为简谐运动：

$$\tau_z = -(mgd)\theta$$

角频率为：

Angular frequency of physical pendulum, small amplitude

$$\omega = \sqrt{\frac{mgd}{I}}$$

Mass

Acceleration due to gravity

Distance from rotation axis to center of gravity

Moment of inertia

周期为：

Period of physical pendulum, small amplitude

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgd}}$$

Moment of inertia

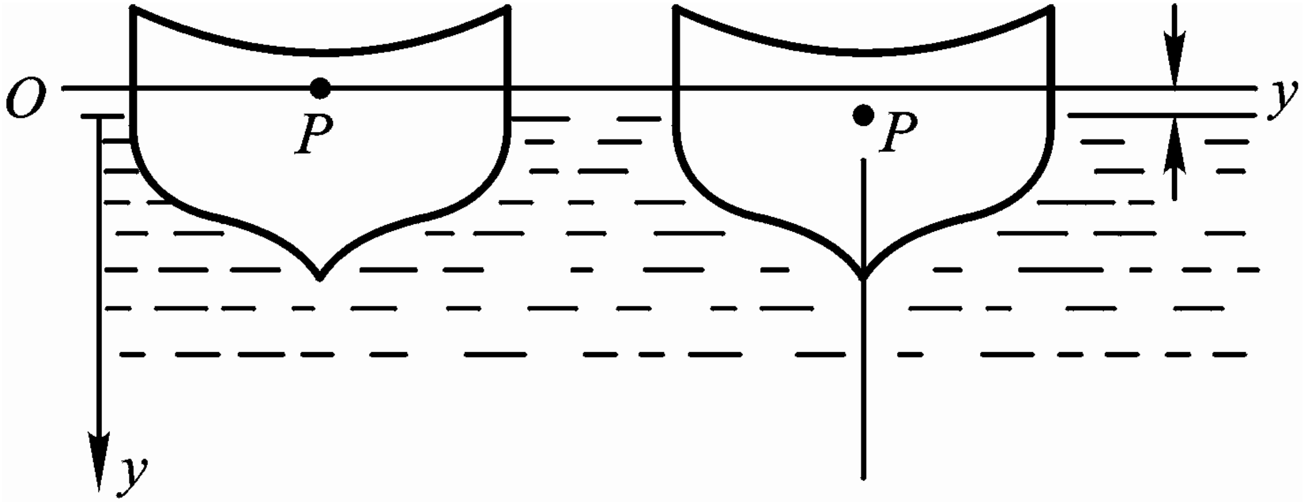
Distance from rotation axis to center of gravity

Mass

Acceleration due to gravity

例13-1 一质量为m 的平底船，其平均水平截面积为S，吃水深度为h，如不计水的阻力，求此船在竖直方向的振动周期。

解： 船静止时浮力与重力平衡，



船在任一位置时，以水面为坐标原点，竖直向下的坐标轴为y 轴，船的位移用y 表示。

船的位移为y 时船所受合力为

$$F=-(h+y)\rho Sg+mg=-y\rho Sg$$

$$F=-\omega^2 y m$$

$\Longrightarrow$ 船在竖直方向做简谐振动，其角频率和周期为

$$\omega=\sqrt{\frac{\rho Sg}{m}}\quad ,\qquad T=\frac{2\pi}{\omega}=2\pi\sqrt{\frac{m}{\rho gS}}$$

$$m=\rho Sh \quad \Longrightarrow \quad T=2\pi\sqrt{\frac{h}{g}}$$

I. 简谐振动的合成

(a)：同方向、同频率

两谐振动

$$x_1 = A_1\cos(\omega_0 t + \alpha_1)$$

$$x_2 = A_2\cos(\omega_0 t + \alpha_2)$$

合位移

$$x = x_1 + x_2$$

$$= A_1\cos(\omega_0 t + \alpha_1) + A_2\cos(\omega_0 t + \alpha_2)$$

$$= A\cos(\omega_0 t + \alpha)$$

结论：同方向、同频率两简谐振动的合成，合运动仍是同频率的简谐振动.

其中

$$A = \sqrt{A_1^{\ 2} + A_2^{\ 2} + 2A_1A_2\cos(\alpha_2 - \alpha_1)}$$

$$\tan\alpha = \frac{A_1\sin\alpha_1 + A_2\sin\alpha_2}{A_1\cos\alpha_1 + A_2\cos\alpha_2}$$

(b)：同方向、不同频率

1. 合成

两谐振动 $$x_1 = A_1\cos(\omega_{10}t+\alpha_1)$$
$$x_2 = A_2\cos(\omega_{20}t+\alpha_2)$$

设 $A_1 = A_2 = A,\ \alpha_1=\alpha_2=0$

$$x_1 = A\cos\omega_{10}t$$

$$x_2 = A\cos\omega_{20}t$$

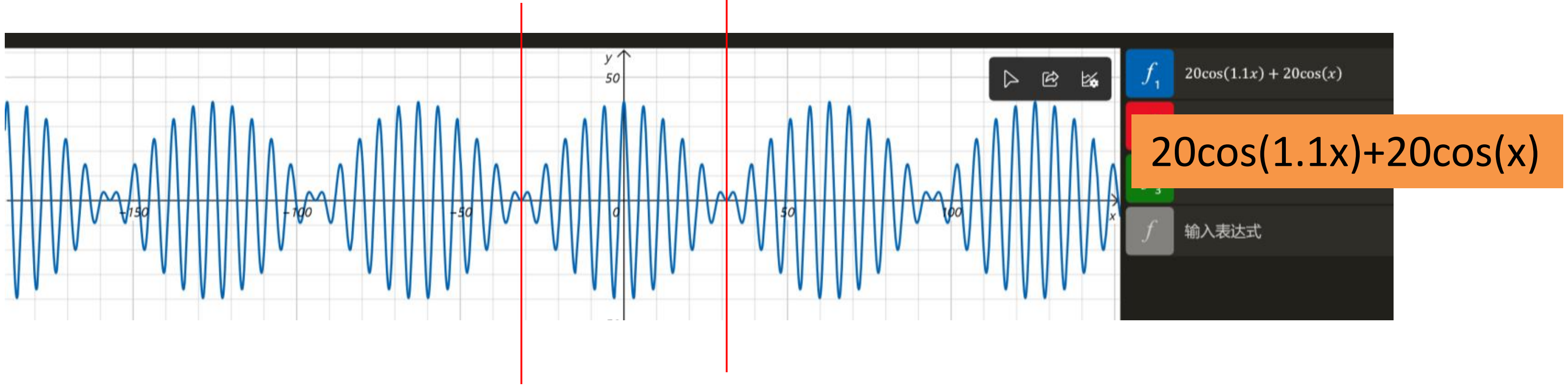
合位移 $$x = x_1 + x_2 = A\cos\omega_{10}t + A\cos\omega_{20}t$$

可用两分振动的位移时间曲线得出合振动的位移时间曲线，合振动不再是简谐振动，但却有周期性.

什么是拍频？

T~60 ⇒ f~1/60   f20=1.1/2pi; f10=1/2pi

$A_1 \sim A_2,\ \omega_1 \sim \omega_2$



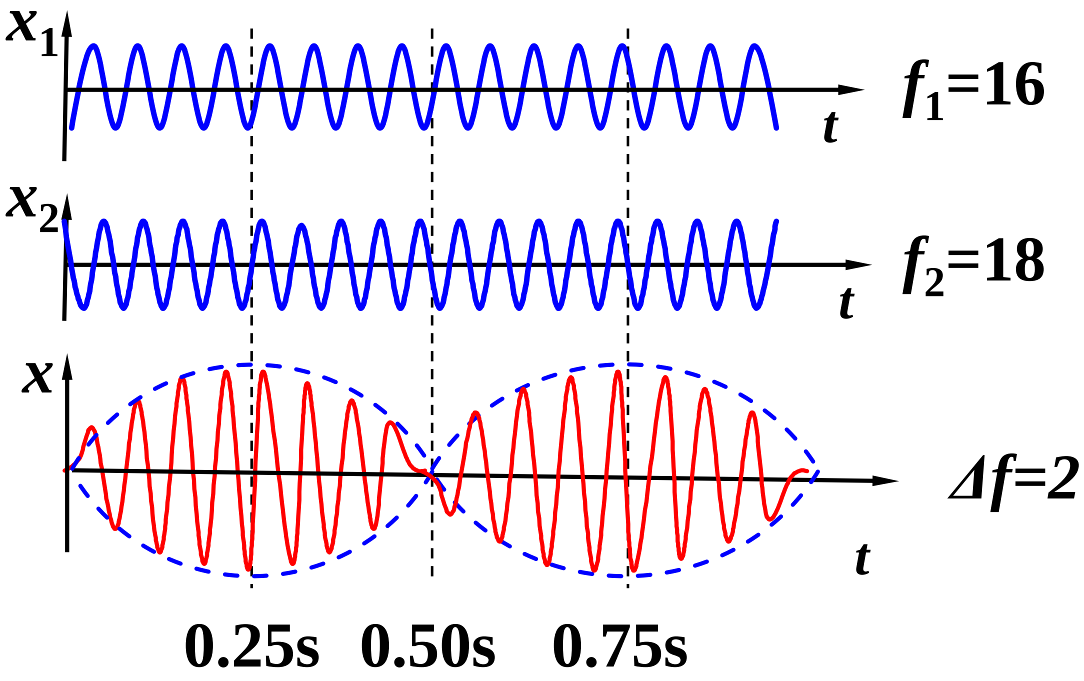
合振动 $$x = x_1 + x_2 = A\cos\omega_{10}t + A\cos\omega_{20}t$$

$$= 2A\cos\frac{\omega_{20}-\omega_{10}}{2}t\cos\frac{\omega_{20}+\omega_{10}}{2}t$$

设 $$\omega_{10}+\omega_{20} >> \left|\omega_{10}-\omega_{20}\right|$$

$\cos\frac{\omega_{20}-\omega_{10}}{2}t$ 随 t 变化慢 → 拍频= $\omega_{20} - \omega_{10}$

$\cos\frac{\omega_{20}+\omega_{10}}{2}t$ 随t 变化快



●合成的振动相当于振幅随时间缓慢变化的简谐振动。

●振动频率与原两振动频率几乎相等。

拍——频率较大但相差不大的两个同方向简谐振动合成时产生合振动振幅周期性变化的现象.

拍频——单位时间内振动加强或减弱的次数. $\omega_{拍}=|\omega_{20}-\omega_{10}|$ $f_{拍}=|f_2-f_1|$

1. 什么是简谐运动?下列运动中哪个是简谐运动?
(1)拍皮球时球的运动;
(2)锥摆的运动;
(3)一小球在半径很大的光滑凹球面底都的小幅度摆动,

2. 如果把一弹簧振子和一单摆拿到月球上去,它们的振动周期将如何改变?

3. 当一个簧振子的振幅增大到两倍时,试分析它的下列物理量将受影响: 振动的周期、最大速度、最大加速度和 振动的能量。

4. 把一单摆从其平衡位置拉开,使悬线与竖直方向成一小角度φ, 然后放手任其摆动。如果从放手时开始计算时间,此φ角是否振动的初相?单摆的角速度是否振动的角频率?

5. 已知一简谐运动在t=0时物体正越过平衡位置, 由此条件能否确定物体振动的初相。

6. 有阻尼力的情况下，稳态受迫振动的频率由什么决定? 改变这个频率时,受迫振动的振幅会受到什么影响?

7. 弹簧振子的无阻尼自由振动是简谐运动,同一弹簧振子在简谐驱动力持续作用下的稳态受迫振动也是简谐运动,这两种简谐运动有什么不同?

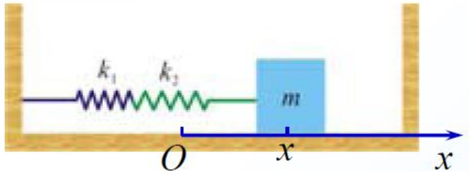
8. 任何一个实际的弹簧都是有质量的,如果考虑弹簧的质量,弹簧振子的振动周期将变大还是变小?

9. 一个弹簧,劲度系数为k,一质量为m的物体挂在它的下面。若把该弹簧分割成两半,物体挂在分割后的一根弹簧上,问分割前后两个弹簧振子的频率是否一样?二者的关系如何?

9. 一个弹簧,劲度系数为k,一质量为m的物体挂在它的下面。若把该弹簧分割成两半,物体挂在分割后的一根弹簧上,问分割前后两个弹簧振子的频率是否一样?二者的关系如何?

方法1

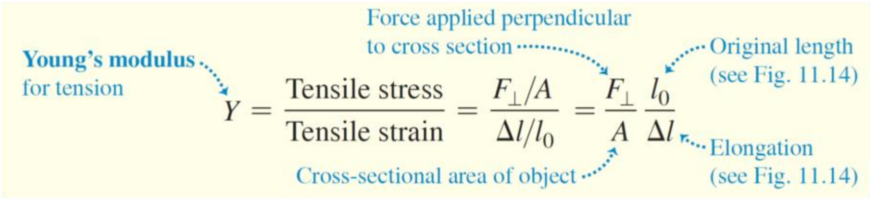
$$\nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k_1 k_2}{(k_1 + k_2)m}}$$



如果k1=k2, 那么完整弹簧和切割为一半的弹簧弹性系数比值为1:2，那么分割为两个弹簧振子后，每个新的弹簧振子的劲度系数为2k，相应的弹簧振子频率变成原来的根号2倍。

方法2

弹性形变的杨氏模量Y



$$F_\perp = \frac{YA}{l_0}\Delta l \qquad k = \frac{YA}{l_0}$$

弹性系数，或者劲度系数

由于杨氏模量Y是材料本征不变量，因此弹簧变短为一半长度，则弹性系数k增大为原先的2倍。结论同上。

例：一放置在水平桌面上的弹簧振子,周期为0.5s。当t=0时 x_0=-1.0×10^{-2}m，v_0=0.218ms^{-1}。求运动方程。

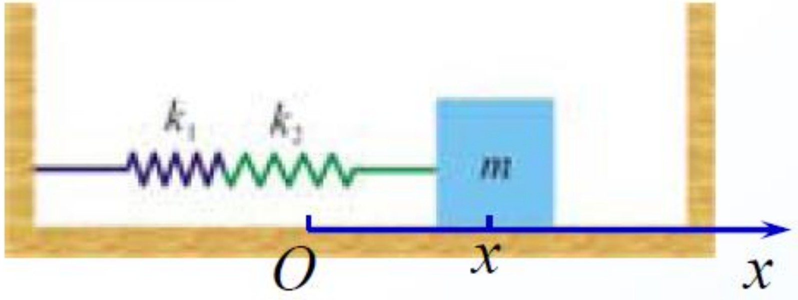
解： $\omega = \dfrac{2\pi}{T} = 4\pi(s^{-1})$ $A = \sqrt{x_0{}^2 + \dfrac{v_0{}^2}{\omega^2}} = 2.0 \times 10^{-2} m$

$$tg\varphi = -\frac{v_0}{\omega x_0} = \sqrt{3} \Rightarrow \varphi = \frac{4}{3}\pi$$

代入简谐振动表达式，则有 $x = 2.0 \times 10^{-2} \cos(4\pi t + \dfrac{4}{3}\pi)$

例1: 证明图示系统的振动为简谐运动, 其频率为

$$\nu = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k_1 k_2}{(k_1 + k_2)m}}$$



证: 设物体位移x, 弹簧分别伸长x_1和x_2 $\quad x = x_1 + x_2$

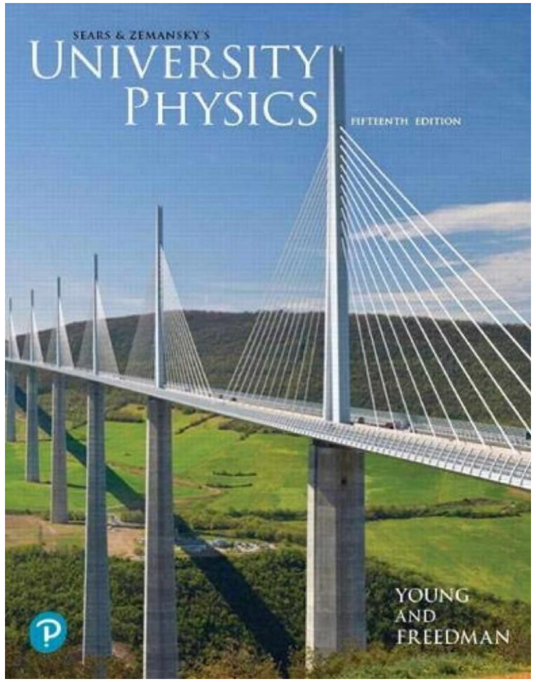
$$F = -k_1 x_1 = -k_2 x_2 \qquad x_2 = \frac{k_1}{k_1 + k_2} x$$

$$-k_2 x_2 = -\frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2} x = m\frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2} \Rightarrow \frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2} + \frac{k_1 k_2}{(k_1 + k_2)m} x = 0$$

系统的振动为简谐运动

普通物理I PHYS1181 第14讲

机械波 Mechanical Waves



波动-振动状态的传递

波动：振动在空间内的传播，是传播着的振动。

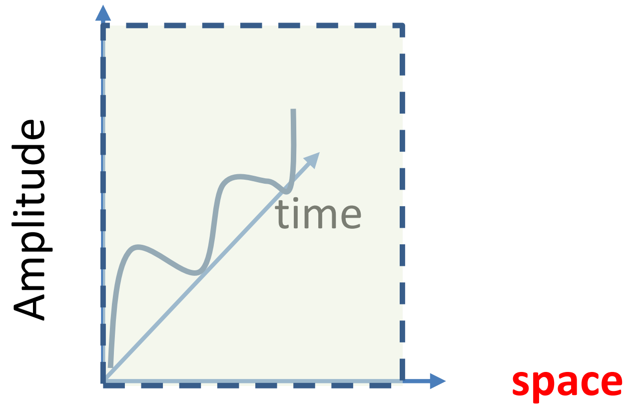
- 振动是波动的基础，波动是振动的传播。

  常见的波有：机械波，电磁波，...

- 机械振动在连续介质内的传播形成机械波

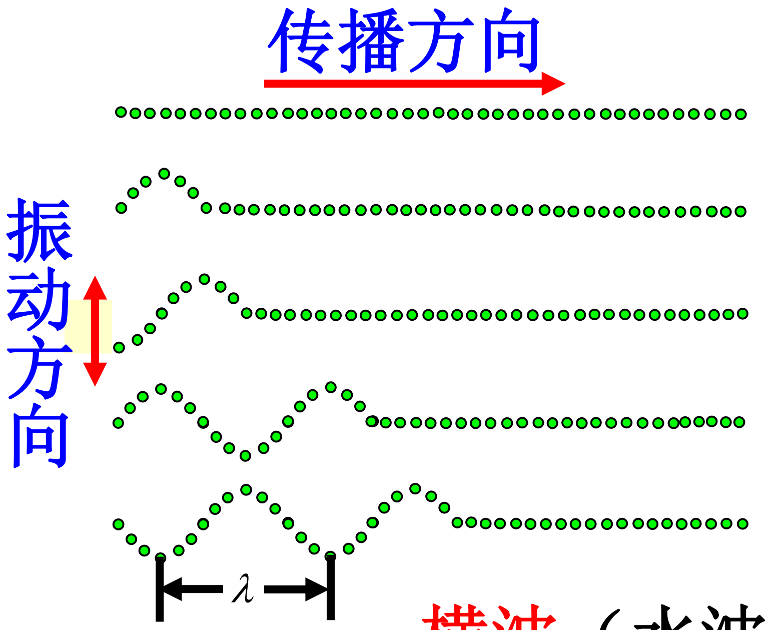
  机械波产生的两个条件：波源，介质

机械波的分类：振动与传播方向

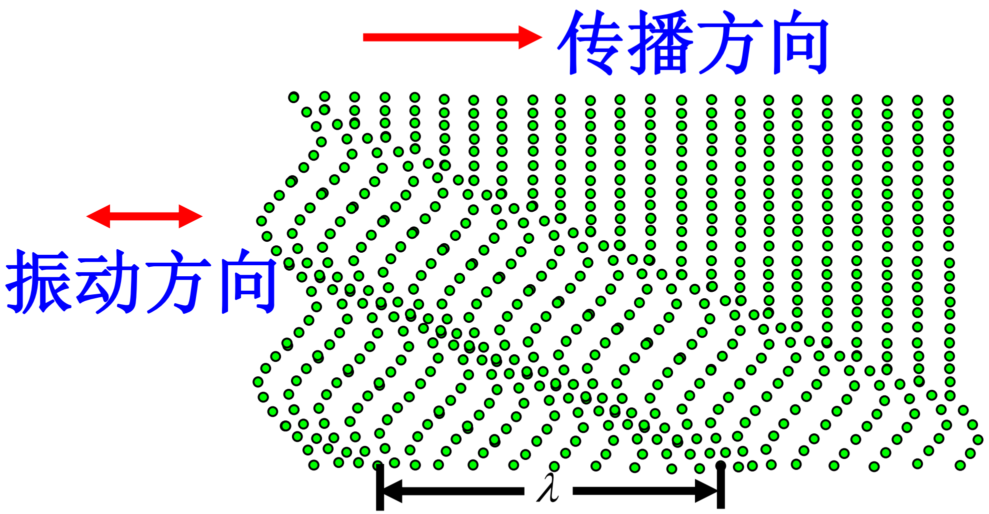


横波：质元振动方向与波的传播方向**垂直**

纵波：质元振动方向与波的传播方向**平行**



横波（水波）



纵波（声波）

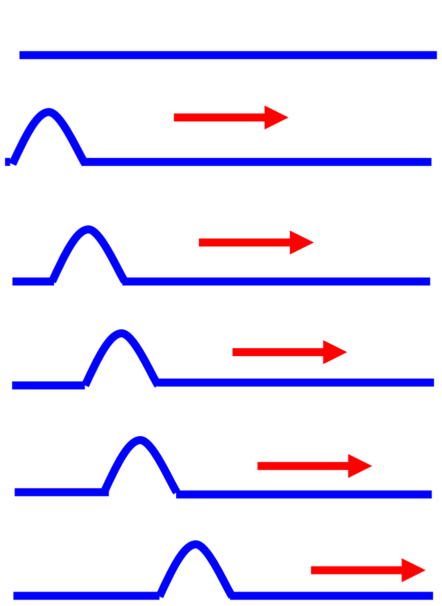
https://www.youtube.com/watch?v=ewsx9Gnh5eM

机械波的三大特点

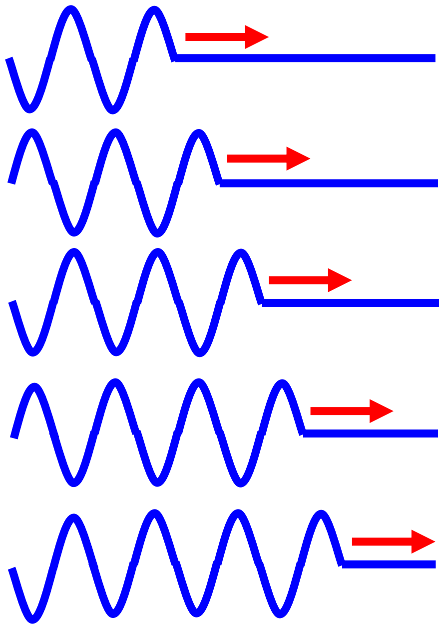
1. 机械波在介质中传播，传播速度为 v；
2. 介质本身不传播，介质中的质点围绕它们的平衡位置来回振动；
3. 机械波传播的本质是能量的传播。

机械波的其他分类：传播形式

行波

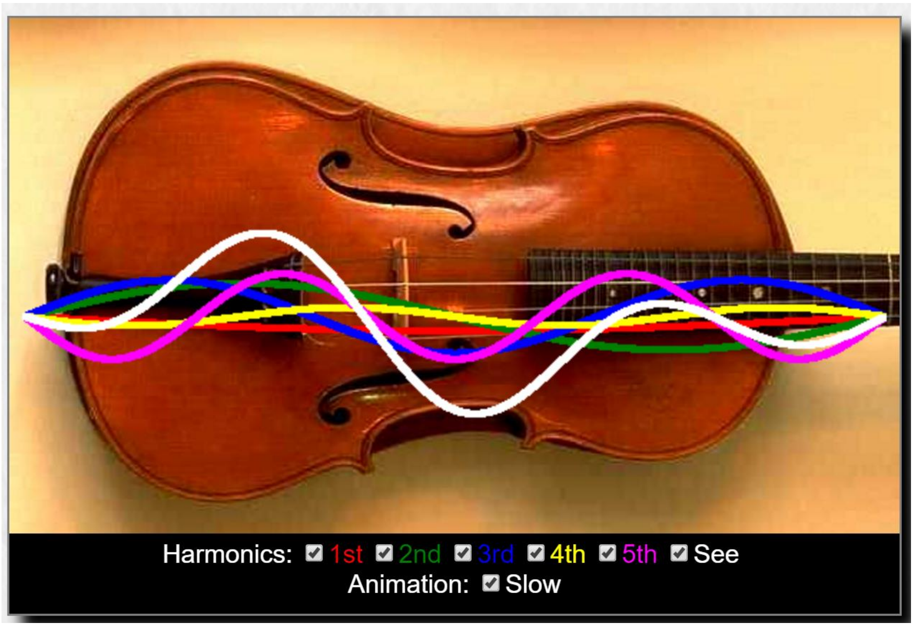


脉冲波



连续波

驻波



机械波的其他分类：波前形状

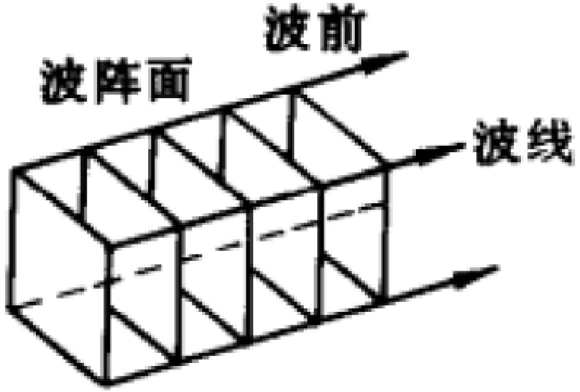
波线：　用有向直线表示波的传播方向

波阵面：某一时刻波的前方达到的相位相同的各点构成的连续的面，又称波前 (wave front)

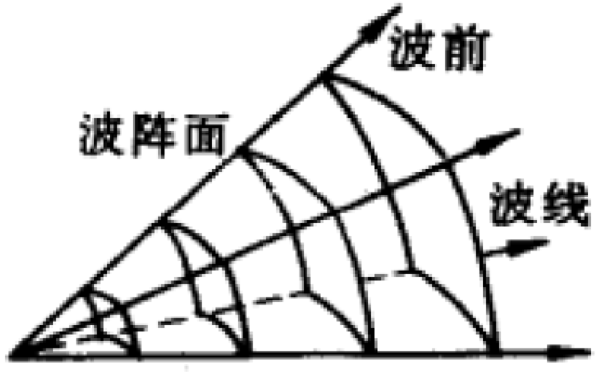
各向同性介质中，波线与波阵面垂直

- 若波阵面为平面，称为平面波
- 若波阵面为球面，称为球面波
- 若波阵面为柱面，称为柱面波

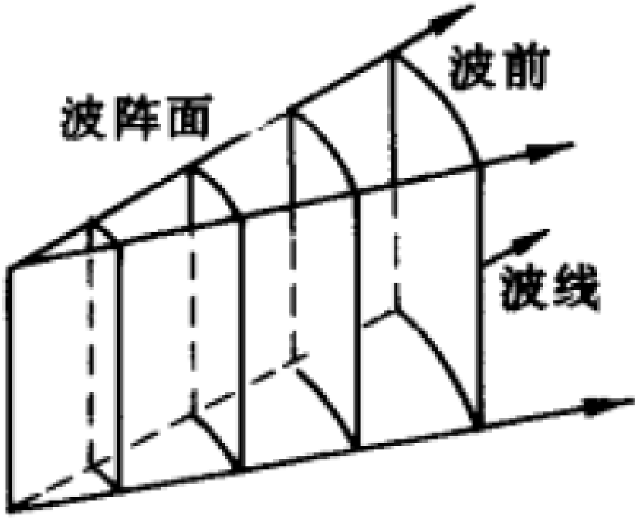
机械波的其他分类：波前形状



平面波



球面波



柱面波

波速*v*： 波阵面沿波线的推进速度（相位传播）

$t,\Psi \xrightarrow[\Delta S]{} t+\Delta t,\Psi$

$$v=\frac{\Delta S}{\Delta t}$$

机械波的速度决定于媒质的弹性和密度

平面波的数学描述

一维方向传播，横波

设平面波沿 x 轴正向传播，质元沿 y 轴振动

设坐标原点的质元振动 $$y_o = f(t)$$

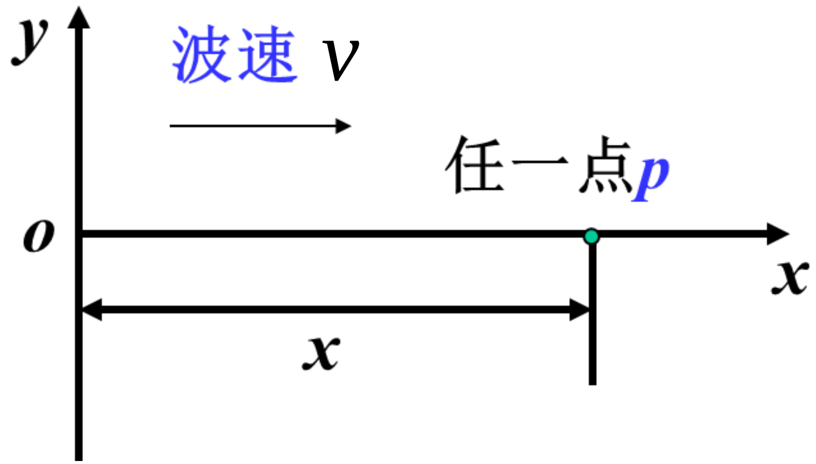
则 t 时刻 x 处质元振动 $$y = f(t - \frac{x}{v})$$

此式为沿 x 轴正向传播平面波波动方程。注意其同时为空间坐标x与时间坐标t的函数。

则沿 x 轴负向传播平面波波动方程为：$$y = f(t + \frac{x}{v})$$

平面简谐波

简谐波：波源作简谐振动，在波传到的区域，媒质中的质元均作简谐振动。



设 $y_o = A\cos(\omega t + \varphi)$

求 p 点 $y(x,t)$

假设：媒质无吸收(质元振幅均为*A*)

图中*p*点比*o*点落后时间：$\dfrac{x}{v}$

则 $\boxed{y = A\cos\left[\omega\left(t - \frac{x}{v}\right) + \phi\right]}$ 向右传播的一维平面简谐波

平面简谐波

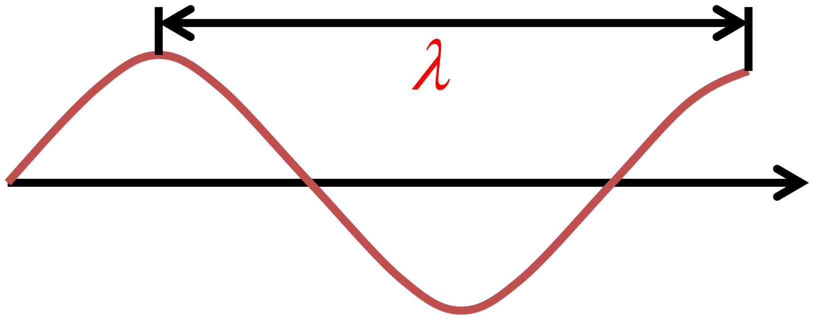
$$\boxed{y = A\cos\left[\omega\left(t - \frac{x}{v}\right) + \phi\right]}$$

对t微分 $\dfrac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -\omega^2 A\cos\left[\omega\left(t - \dfrac{x}{v}\right) + \varphi\right] = -\omega^2 y$ 任何一点都在做简谐振动

对x微分 $\dfrac{\partial^2 y}{\partial x^2} = -\dfrac{\omega^2}{v^2} A\cos\left[\omega\left(t - \dfrac{x}{v}\right) + \varphi\right] = -\dfrac{\omega^2}{v^2} y$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}}$$

描述简谐波的物理量



1. 空间

波长：两相邻同相点间的距离 λ

波数：$k = \dfrac{2\pi}{\lambda}$ 即单位长度上波的相位变化

2. 时间

周期 T：波前进一个波长的距离所需的时间。

频率 f 和角频率 ω：$f = 1/T;\ \ \omega = 2\pi f$

3. 波速

等相位面沿波线向前推进的速度，即波速 v (单位时间波所传过的距离)。

波速的定义：$v = \dfrac{\lambda}{T} = \lambda f = \dfrac{\omega}{k}$

波动式的其他表达式

$$y = A\cos\left[2\pi f\left(t \mp \frac{x}{v}\right) + \varphi\right] \qquad (\omega = 2\pi f)$$

$$= A\cos\left[2\pi\left(\frac{t}{T} \mp \frac{x}{\lambda}\right) + \varphi\right] \qquad \left(f = \frac{1}{T}, \lambda = vT\right)$$

$$= A\cos\left[k(vt \mp x) + \varphi\right] \qquad \left(k = \frac{2\pi}{\lambda}, v = \frac{\lambda}{T}\right)$$

$$= A\cos\left[\omega t \mp kx + \varphi\right] \qquad \left(kv = \frac{2\pi}{T}\right)$$

一维简谐波表达式的物理意义

由 $y(x,t) = A\cos(\omega t - kx)$ 从几方面讨论

a. 固定 *x*， $(x = x_0)$ $y(x_0,t) = A\cos(\omega t - kx_0)$

b. 固定 *t*， $(t = t_0)$ $y(x,t_0) = A\cos(\omega t_0 - kx)$

c. 如认定某一相位，即令 $(\omega t\text{-}kx)$=常数

相速度为： $$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = \frac{\omega}{k} = v$$

d. 表达式也反映了波是振动状态的传播

$y(x+\Delta x, t+\Delta t) = y(x,t)$ 其中 $\Delta x = v\Delta t$

一维简谐波表达式的物理意义

e. 表达式还反映了波的时间、空间双重周期性

T 时间周期性　　　λ 空间周期性

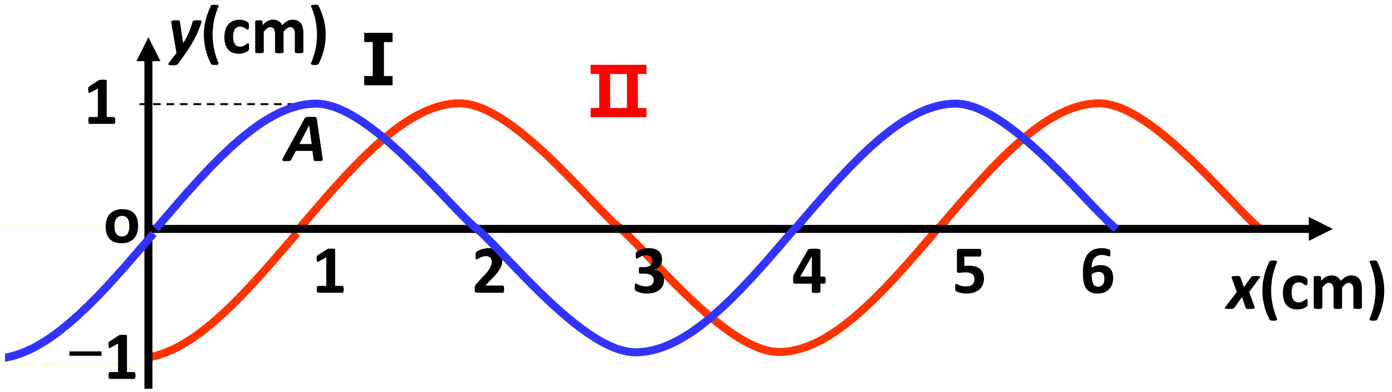
$$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda f = \frac{\omega}{k}$$

➢注：相位差和波程差的关系

$$\boxed{\Delta\phi = \pm 2\pi \frac{\Delta x}{\lambda}}$$

例题

已知 t=0时的波形曲线为I，波沿ox方向传播，经t=1/2s后波形变为曲线II。已知波的周期$T>1$s，试根据图中绘出的条件求出波的表达式，并求A点的振动式。



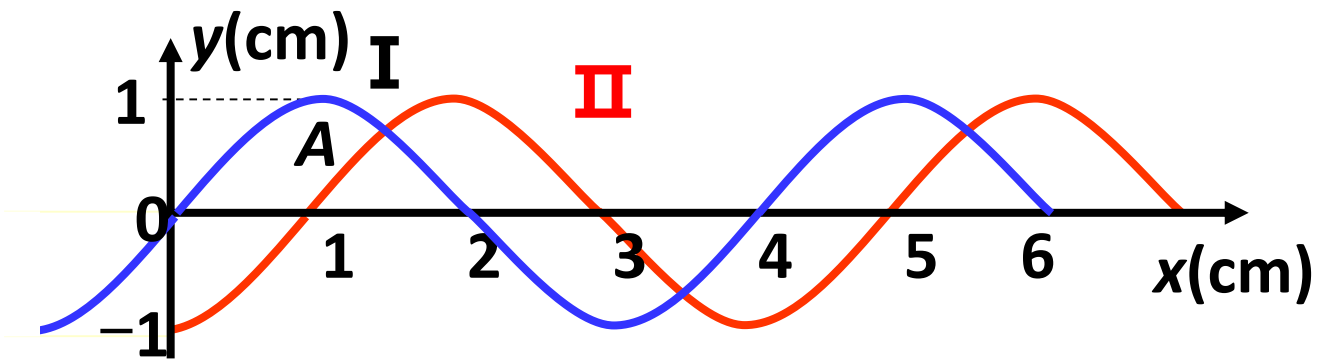
解： $A = 0.01\text{m}$

$\lambda = 0.04\text{m}$

波速：

$$v = \frac{x_1 - x_0}{t} = \frac{0.01}{1/2} = 0.02\text{m}\cdot\text{s}^{-1} \quad T = \frac{\lambda}{v} = \frac{0.04}{0.02} = 2\text{s} \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = \pi\,\text{s}^{-1}$$

例题



原点振动：$y_0 = A\cos(\omega t + \varphi)$

初始条件：$0 = A\cos\varphi$

$\rightarrow \varphi = \pm\dfrac{\pi}{2}$

原点振动速度 $v_{y0} = -\omega A\sin\varphi < 0$ $\quad \sin\varphi > 0 \quad \rightarrow \varphi = \dfrac{\pi}{2}$

原点的振动式 $y_0 = 0.01\cos(\pi t + \dfrac{\pi}{2})$

Homework

1. 将一劲度系数为k的轻质弹簧上端固定悬挂起来,下端挂一质量为m的小球,平衡时弹簧伸为b。试写出以此平衡位置为原点的小球的动力学方程,从而证明小球将作简谐运动并求出其振动周期。若它的振幅为A,它的总能量是否还是$(1/2)kA^2$?(总能量包括小球的动能和重力势能以及弹簧的弹性势能两种势能均取平衡位置为势能零点。)

2. 如图所示,一块均匀的长木板质量为m,对称地平放在相距l=20cm的两个滚轴上。如图所示,两滚轴的转动方向相反,已知滚轴表面与木板间的摩擦系数为μ=0.5。今使木板沿水平方向移动一段距离后释放,证明此后木板将作简谐运动并求其周期。

Homework

3. 质量为m=121g的水银装在U形管中,管截面积S=0.30cm²。当水银面上下振动时,其振动周期T是多大?水银的密度为13.6g/cm³。忽略水银与管壁的摩擦。

4. 一细圆环质量为m,半径为R,挂在墙上的钉子上。求它的微小摆动的周期。

5. 一质点同时参与两个在同一直线上的简谐运动,其表达式为

$$x_1 = 0.04\cos\left(2t + \frac{\pi}{6}\right)$$

$$x_2 = 0.03\cos\left(2t - \frac{\pi}{6}\right)$$

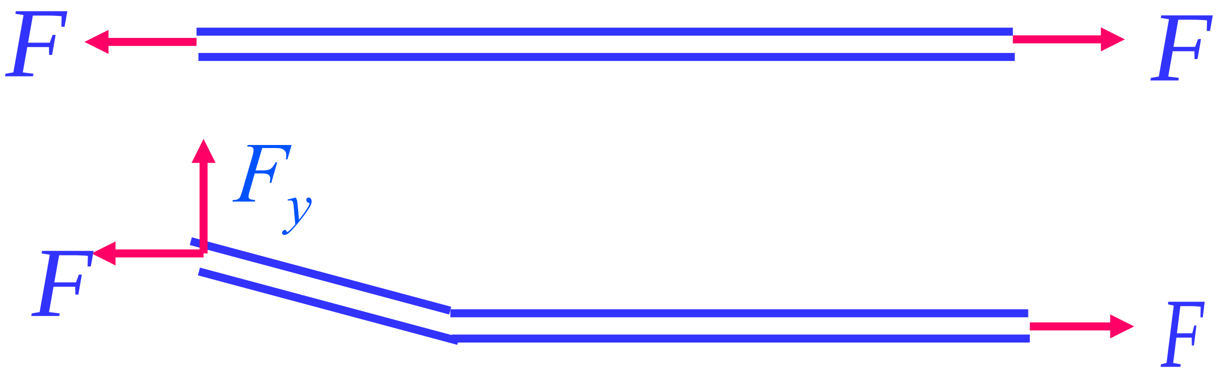
试写出合振动的表达式。

平面波的波动方程-弦上横波

transverse wave 横波

longitudinal wave 纵波

推导：以弦上的横波为例，设线密度μ，张力F（不变），求波速v



第一种推导：不使用微分（英文课本P475）

$$\boxed{\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}}$$

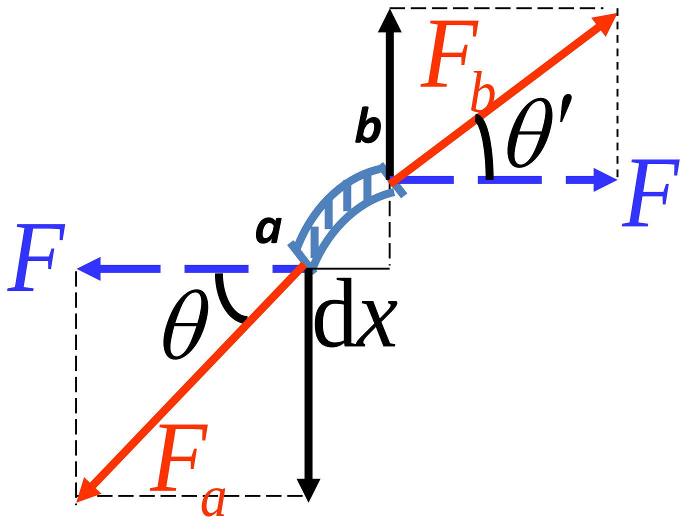
第二种推导-使用微分

根据这一小段绳受的合外力 = ma

$$F_b \sin\theta' - F_a \sin\theta = \frac{F}{\cos\theta'}\sin\theta' - \frac{F}{\cos\theta}\sin\theta$$

牛二律：

$$= F(\tan\theta' - \tan\theta) = F\left(\left.\frac{\partial y}{\partial x}\right|_{x+\mathrm{d}x} - \left.\frac{\partial y}{\partial x}\right|_{x}\right) = \mu \partial x \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$



$$\boxed{\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{F}{\mu}\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}}$$

$$\boxed{v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}}$$

平面简谐波的功率P

$$F_y(x,t) = -F\frac{\partial y(x,t)}{\partial x}$$

$$P(x,t) = F_y(x,t)v_y(x,t) = -F\frac{\partial y(x,t)}{\partial x}\frac{\partial y(x,t)}{\partial t}$$

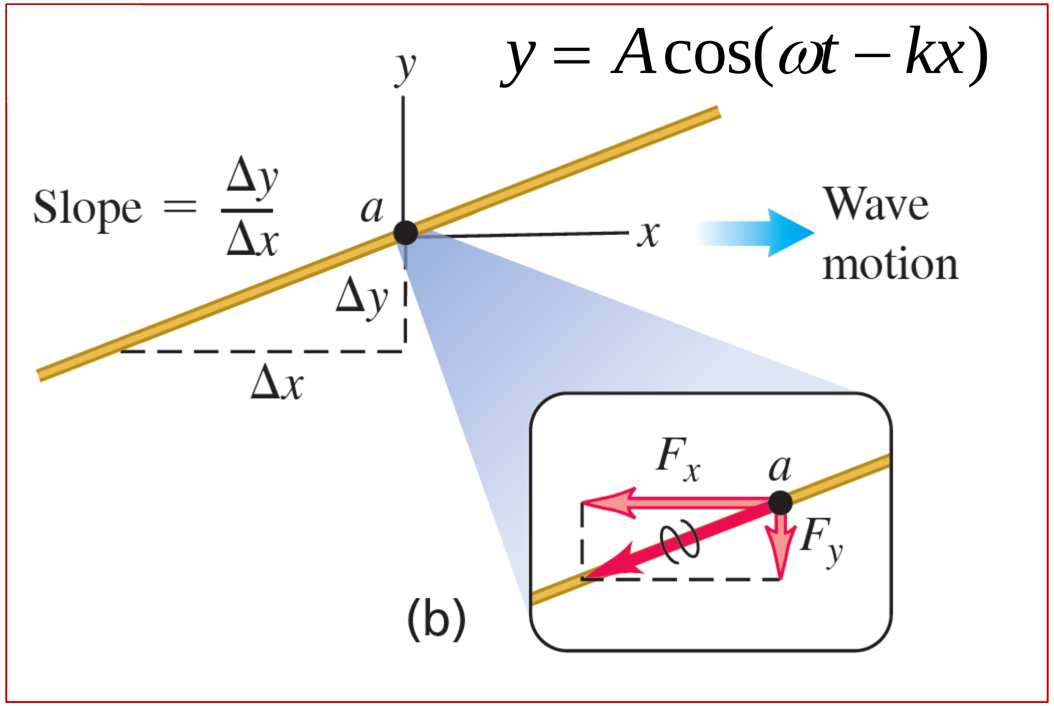
$$\Downarrow$$

$$\frac{\partial y(x,t)}{\partial x} = -kA\sin(kx-\omega t)$$

$$\frac{\partial y(x,t)}{\partial t} = \omega A\sin(kx-\omega t)$$

$$\Big\Downarrow \quad \omega = vk \text{ and } v^2 = F/\mu$$

$$P(x,t) = \sqrt{\mu F}\,\omega^2A^2\sin^2(kx-\omega t)$$



Average power, sinusoidal wave on a string

$$P_{av} = \tfrac{1}{2}\sqrt{\mu F}\,\omega^2A^2$$

Wave angular frequency

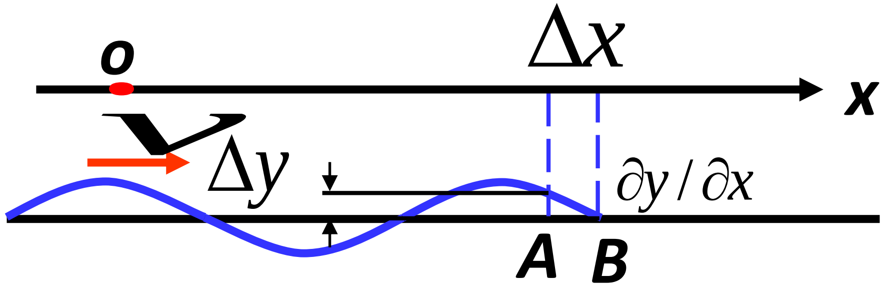
Wave amplitude

Mass per unit length

Tension in string

相对于平衡态机械波的能量变化

设 $y = A\cos(\omega t - kx)$



$$\Delta E_{\mathrm{k}} = \frac{1}{2}\mu \Delta x\left(\frac{\partial y}{\partial t}\right)^2$$ 一小段弦内的动能

势能 $$\Delta x \to \left[(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2\right]^{\frac{1}{2}} = \Delta x\left[1 + \left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}$$

一小段弦的伸长幅度 – 微小形变

$$\Delta E_{\mathrm{p}} = F\left\{\Delta x\left[1 + \left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}} - \Delta x\right\} \approx \frac{1}{2}F\Delta x\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)^2$$

相对于平衡态简谐波的能量变化 $y = A\cos(\omega t - kx)$

$$\Delta E = \Delta E_{\mathrm{k}} + \Delta E_{\mathrm{p}} = \frac{1}{2}\mu\Delta x\left(\frac{\partial y}{\partial t}\right)^2 + \frac{1}{2}F\Delta x\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)^2$$

对于平面简谐波

$$\boxed{\Delta E_{\mathrm{k}} = \frac{1}{2}\mu\Delta x\omega^2 A^2 \sin^2(\omega t - kx)}$$

$$\boxed{\Delta E_{\mathrm{p}} = \frac{1}{2}F\Delta x k^2 A^2 \sin^2(\omega t - kx)}$$

$$\because v = \frac{\omega}{k} = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \qquad \therefore \Delta E_{\mathrm{k}} = \Delta E_{\mathrm{p}}$$

$$\boxed{\Delta E = \Delta x \mu \omega^2 A^2 \sin^2(\omega t - kx)}$$

例题

拉紧的橡皮绳上传播横波时,在同一时刻,何处动能密度最大?何处弹性势能密度最大?何处总能量密度最大?何处这些能量密度最小?

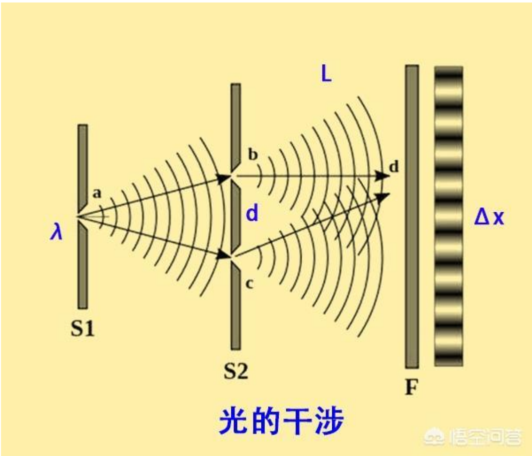
答：y=0位置动能和势能密度最大，y=A或-A处最小。

A为振幅。

机械波的独立传播原理

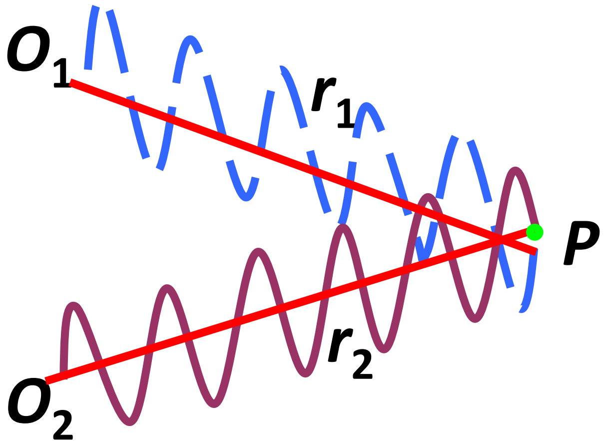
- 若干个相同种类的波在介质中传播时，一般情况下每一列波的传播不受到其他波的影响。
- 波的独立传播定律成立时，介质中每一个点部位的振动是各列波单独传播到该点部位振动的叠加，这是波的叠加原理。
- 这两个原理是波的产生和传递满足线性方程的直接后果。

波的干涉现象 基于波的独立传播和叠加原理



相干条件：频率相同，振动方向相同，相位差恒定

两相干波在空间相遇，某些点的振动始终加强另一些点的振动始终减弱，即出现干涉现象。



设 $y_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1 - kr_1)$

$y_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2 - kr_2)$

证明： $y = y_1 + y_2 = A\cos(\omega t + \varphi)$

波的干涉现象

其中 $A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\Delta\varphi$

$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 - k(r_1 - r_2)$$

设 $\varphi_2 = \varphi_1$ $\quad \Delta\varphi = k(r_2 - r_1) = \dfrac{2\pi}{\lambda}(r_2 - r_1)$

➤当 $r_2 - r_1 = \pm n\lambda, \quad n = 0,1,2\cdots$ $\boxed{A = A_1 + A_2 \quad I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2}}$ 相长

➤当 $r_2 - r_1 = \pm(2n+1)\dfrac{\lambda}{2}, \quad n = 0,1,2\cdots$ $\boxed{A = |A_1 - A_2| \quad I = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2}}$

相消

驻波(Standing wave)

当两列振幅相同，频率相同，振动方向相同的波以相反方向传播时，叠加形成驻波。

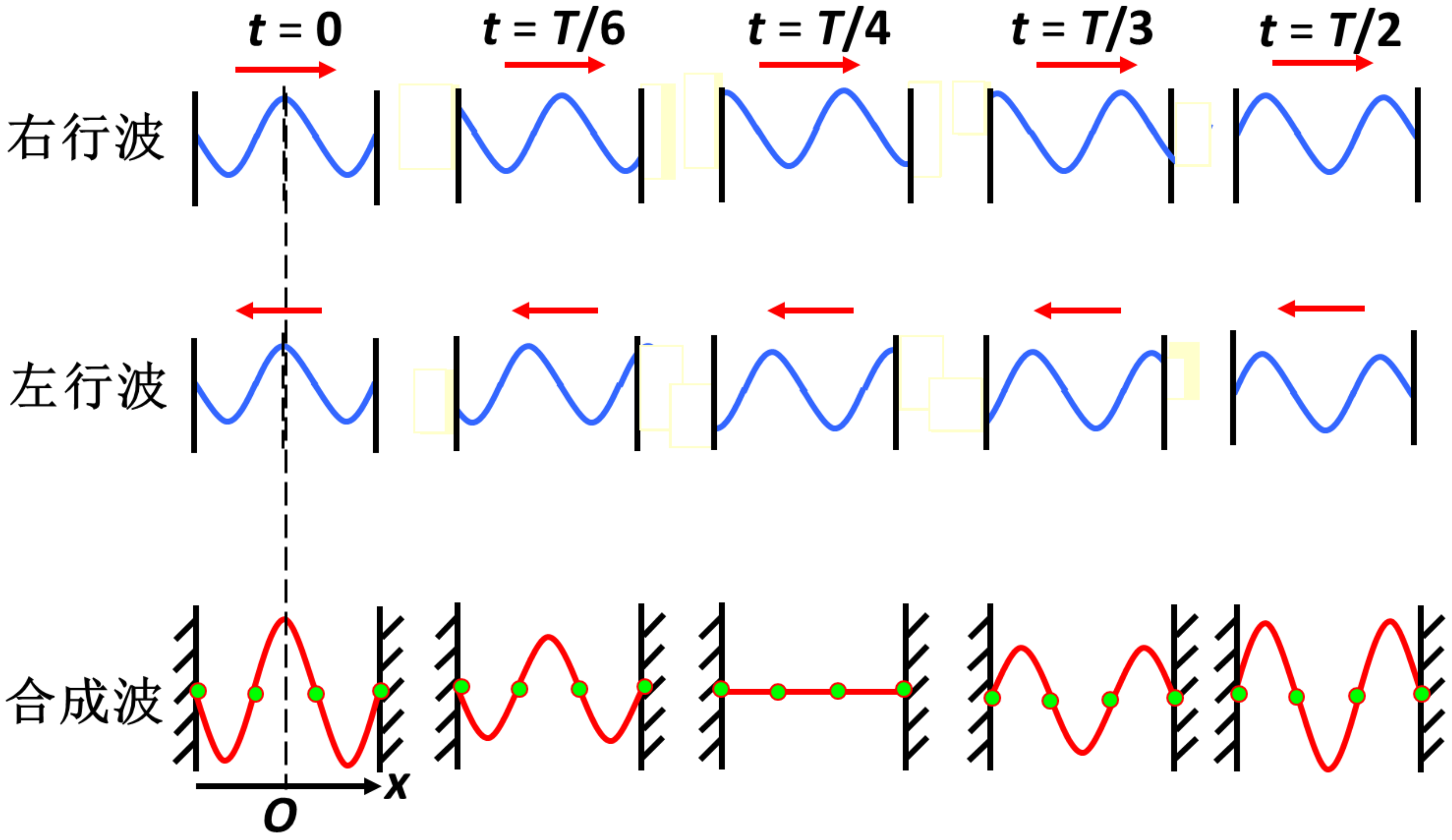
1. 表达式

设：
$$y_1 = A\cos(\omega t - kx)$$
$$y_2 = A\cos(\omega t + kx)$$
$$y = y_1 + y_2 = 2A\cos kx\cos\omega t$$

或：
$$y_1 = A\cos(\omega t - kx)$$
$$y_2 =-A\cos(\omega t + kx)$$
$$y = 2A\sin kx\sin\omega t$$

驻波的图像

$$y = y_1 + y_2 = 2A\cos kx\cos\omega t$$



驻波的形状

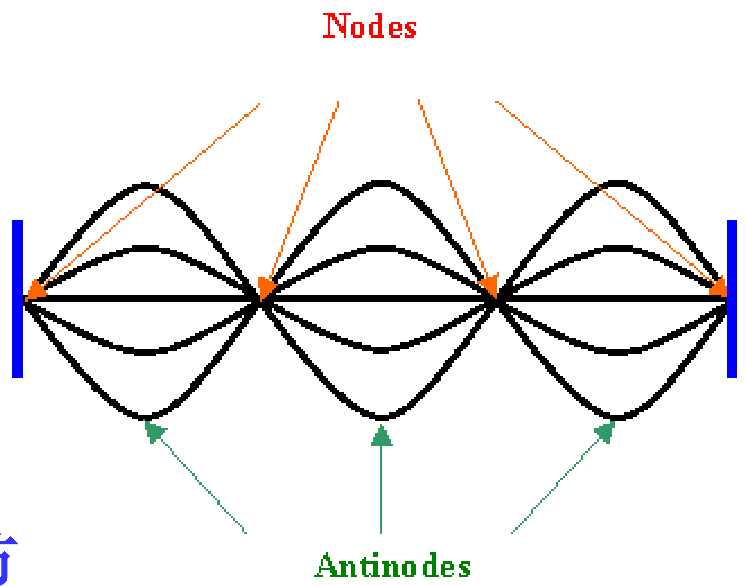
$$y = y_1 + y_2 = 2A\cos kx\cos\omega t$$

2. 振幅最大： $kx = \pm n\pi \quad n = 0,1,2\cdots$ 波腹

腹—腹 $\boxed{\Delta x = \dfrac{\lambda}{2}}$

振幅最小： $kx = \pm(2n+1)\dfrac{\pi}{2} \quad n = 0,1,2\cdots$ 波节

节—节 $\boxed{\Delta x = \dfrac{\lambda}{2}}$ 腹—节 $\boxed{\Delta x = \dfrac{\lambda}{4}}$



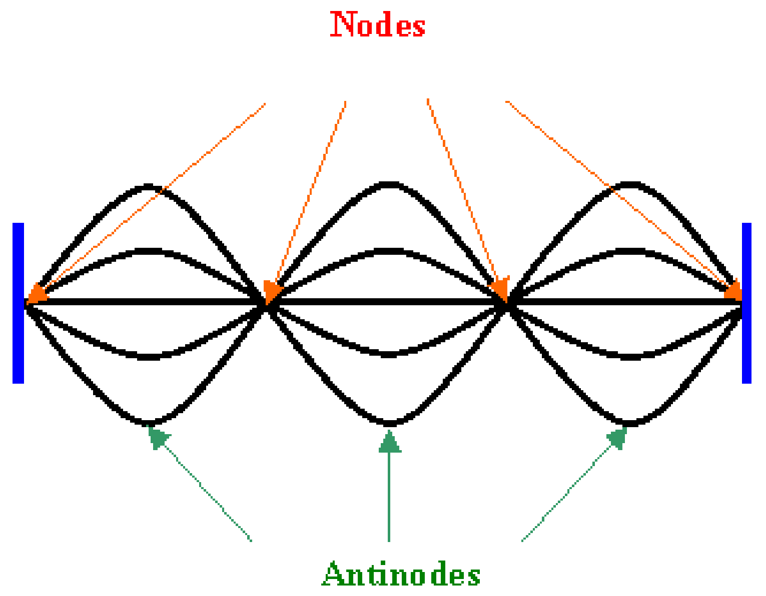
驻波的形状

3. 相位

作振幅为 $2A\cos kx$ 的简谐振动

两相邻波节之间的质元相位相同

每一波节两侧各质元相位相反。



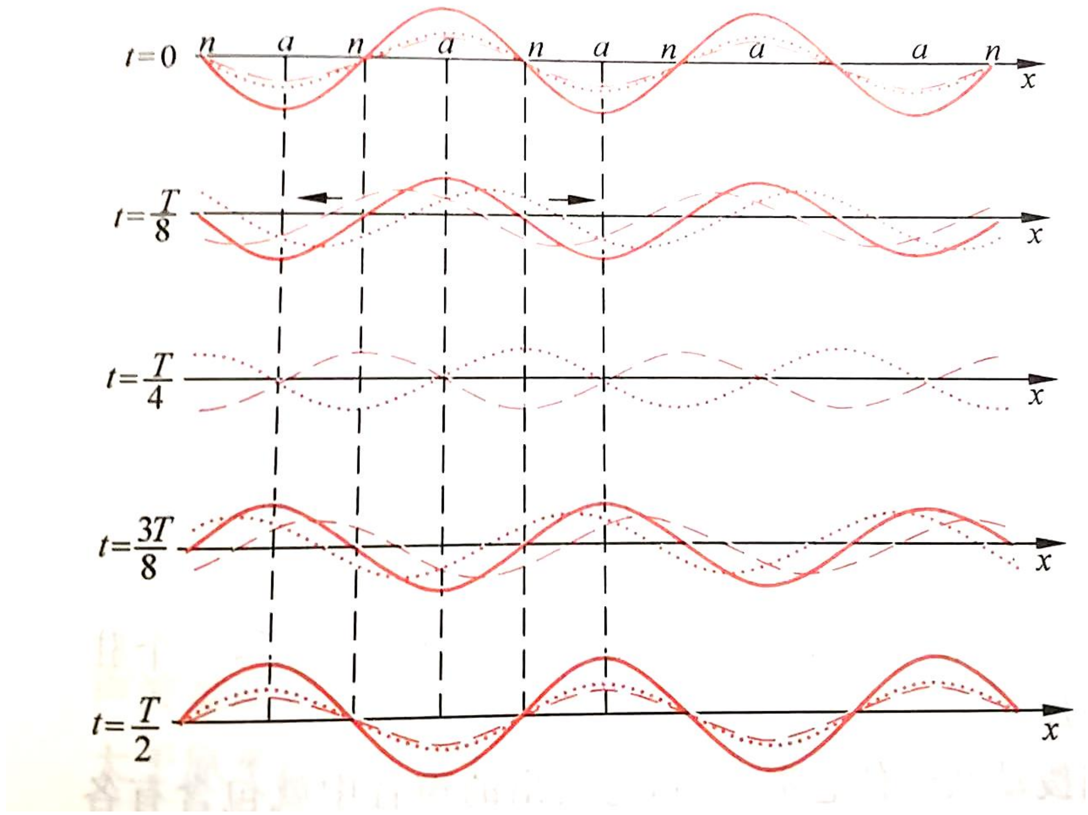
4. 能量

波节只有势能，波腹只有动能。

当所有各点达到最大位移，全部能量为势能。

当所有各点达到平衡位置，全部能量为动能。

在下图的驻波形成图中,在t=T/4时,各质元的能量是什么能?大小分布如何?在t=T/2时,各质元的能量是什么能?大小分布又如何?波节和波腹处的质元的能量各是如何变化的?



答:
T/4时为动能，波节处为0，波腹处最大。
T/2时为势能，波节处最大，波腹处为0.
波节处动能始终为0，势能周期性随时间变化，
波腹处势能始终为0，动能周期性随时间变化。

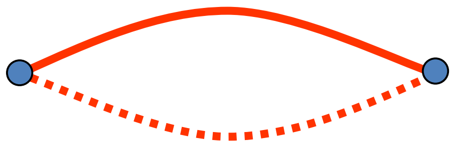
驻波的简正模式(normal mode)

两端固定的张紧弦中产生驻波，因此波长只能取分立的值。
因此对角频率和波数也有相应分立值要求

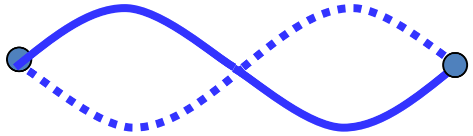
$$n\cdot\frac{\lambda}{2}=L \qquad n=1,2,3\cdots$$

$$\boxed{f=\frac{v}{\lambda}=\frac{nv}{2L} \qquad n=1,2,3\cdots}$$

*v*为波动传播的速度，
*f*称为简正频率



$n=1$



$n=2$

$$k=\frac{2\pi}{\lambda}=\frac{n\pi}{L} \qquad n=1,2,3\cdots \qquad \omega=2\pi f=\frac{n\pi v}{L} \qquad n=1,2,3\cdots$$

对应的驻波称为弦的简正模或固有振动

驻波的基本频率

Standing Waves and String Instruments

From Eq. (15.32), the fundamental frequency of a vibrating string is $f_1 = v/2L$. The speed v of waves on the string is determined by Eq. (15.14), $v = \sqrt{F/\mu}$. Combining these equations, we find

Fundamental frequency, string fixed at both ends

$$f_1 = \frac{1}{2L}\sqrt{\frac{F}{\mu}} \qquad (15.35)$$

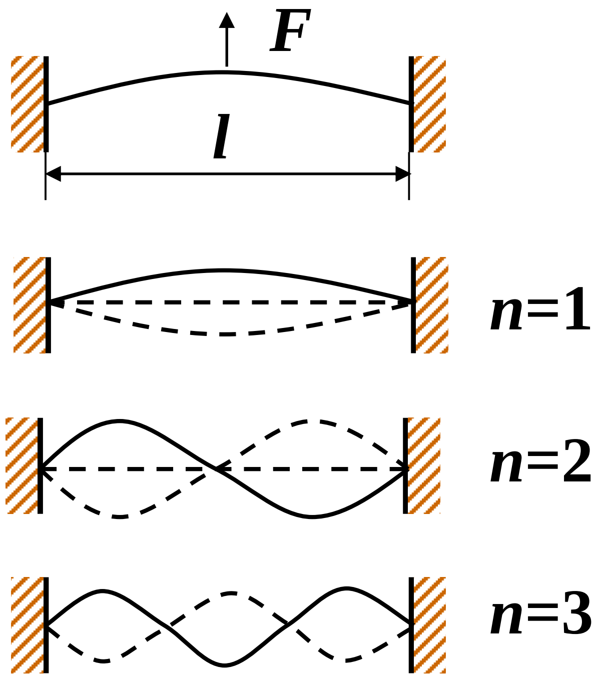
Tension in string

Mass per unit length

Length of string

实例：乐器的结构与音色

对于两端固定的弦，最低频率叫做**基频**，而其它的频率叫做**泛音**。一种乐器所奏出的特定**音调**(基频)的**音色**，决定于存在的泛音的数目和这些泛音各自的强度。



波长 $\lambda_n = \dfrac{2l}{n}$

波频 $f_n = \dfrac{nv}{2}$

其中 $n = 1,2,3,\cdots$

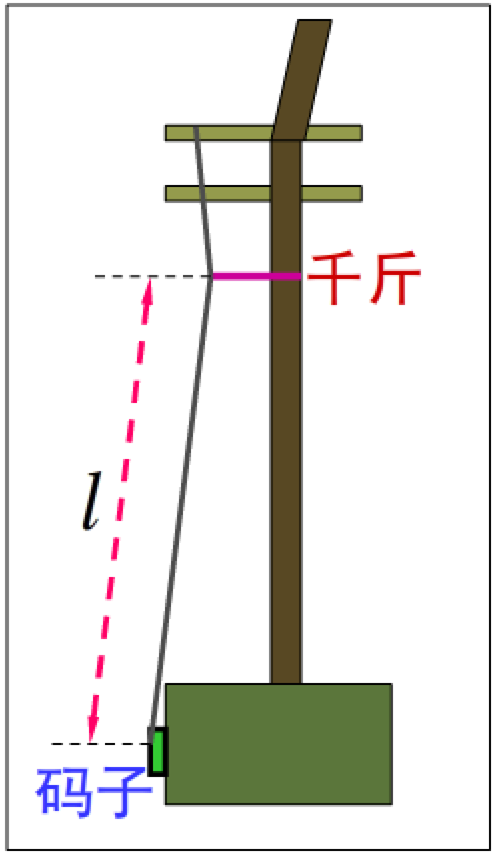
系统究竟按那种模式振动，取决于初始条件,一般是各种简正模式的叠加.

例题：钢琴最高音的频率是最低音的150倍。如果最高音的弦长5.0cm，而最低音的弦线密度与最高音的一样，且弦上的张力也一样，请问最低音的弦长应为多少？

解：因为两根弦的线密度相同，张力也相同，所以在弦中传播的波速也是一样的，所以频率 f 仅与弦的长度 L 有关，有 $\frac{L_{\mathrm{L}}}{L_{\mathrm{H}}}=\frac{f_{\mathrm{H}}}{f_{\mathrm{L}}}$ ，下标L和H分别表示最低和最高频率。

因此，L_{L}= $L_{\mathrm{H}}\times\frac{f_{\mathrm{H}}}{f_{\mathrm{L}}}$ =5.0×150=750(cm)。

如图二胡弦长$l=0.3\ \mathrm{m}$，张力$T=9.4\mathrm{N}$．密度$\rho=3.8\times10^{-4}\ \mathrm{kg/m}$．求弦所发的声音的基频和谐频.



解：弦两端为固定点，是波节.

$$l=n\frac{\lambda}{2}\quad n=1,2,\cdots$$

频率 $f=\dfrac{v}{\lambda}=\dfrac{nv}{2l}$　　波速 $v=\sqrt{\dfrac{T}{\rho}}$

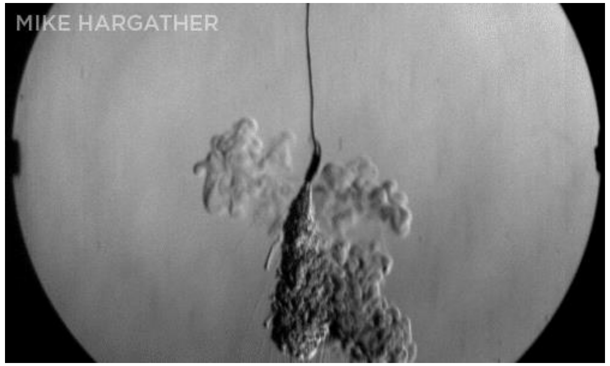
基频　$n=1$　$f_1=\dfrac{1}{2l}\sqrt{\dfrac{T}{\rho}}=262\ \mathrm{Hz}$

谐频　$n>1$　$f_n=\dfrac{n}{2l}\sqrt{\dfrac{T}{\rho}}$

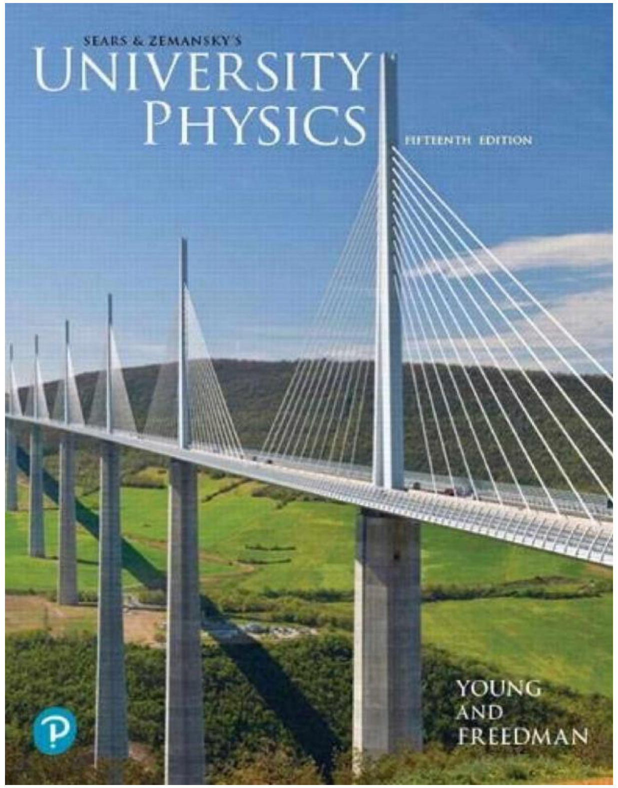
普通物理I PHYS1181 第15讲

声波和听力
Sound and hearing

拍手时的声波



鞭炮燃爆的声波

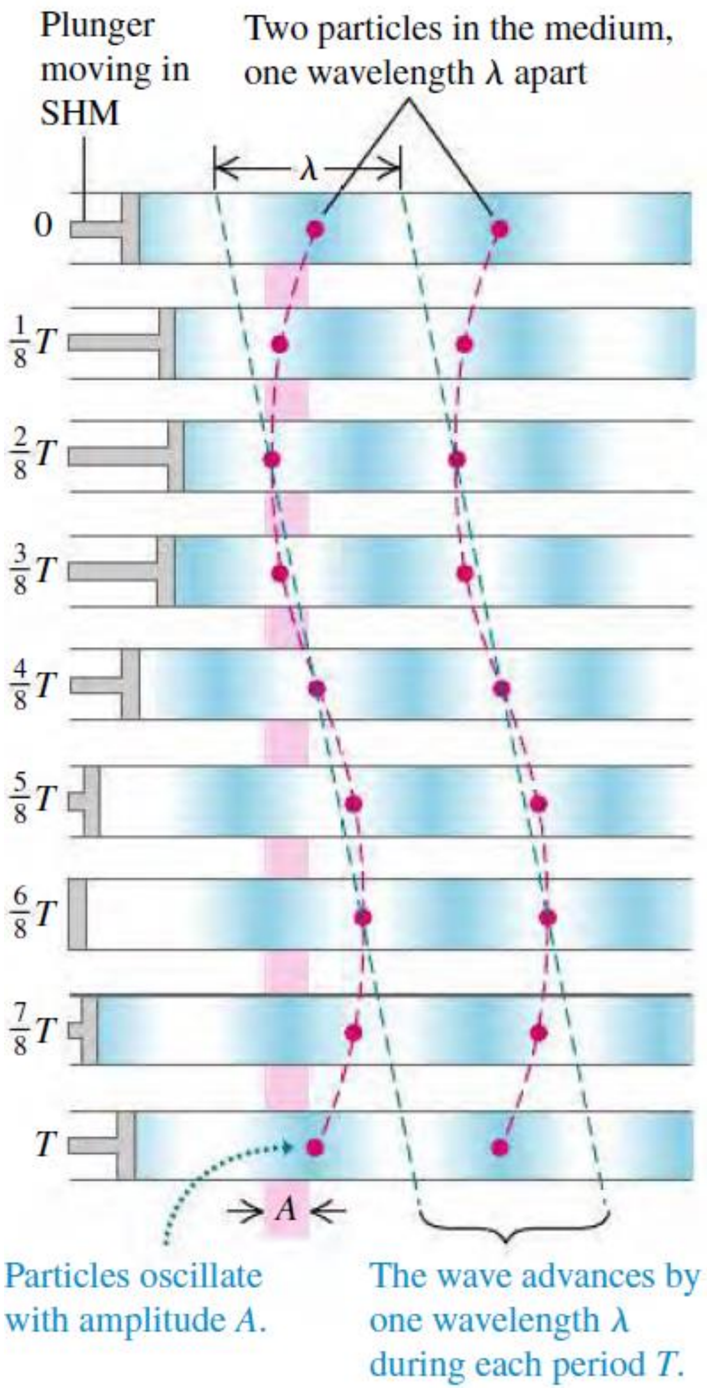


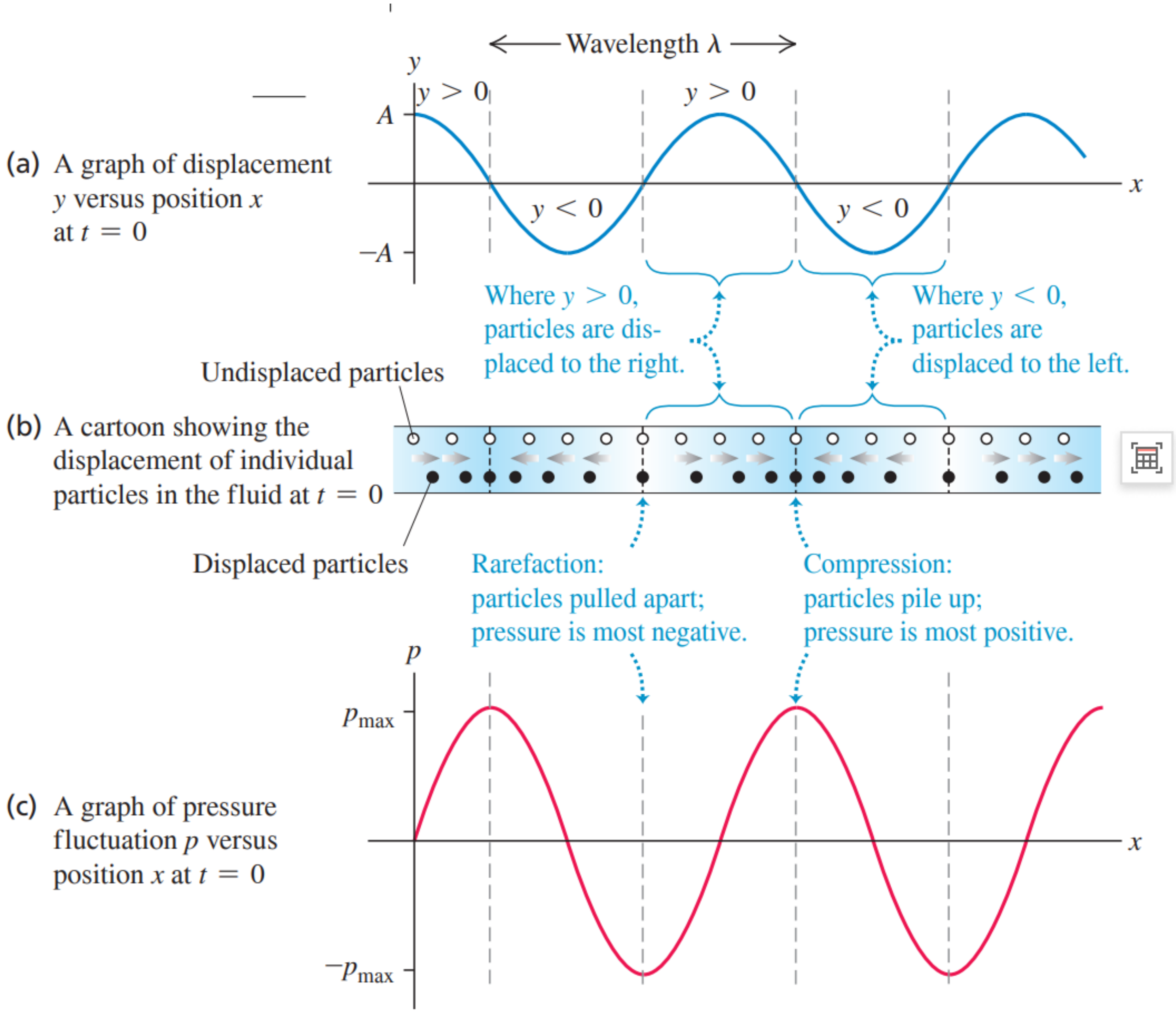
声波的波动方程：

$$y=A\cos(kx-\omega t)$$

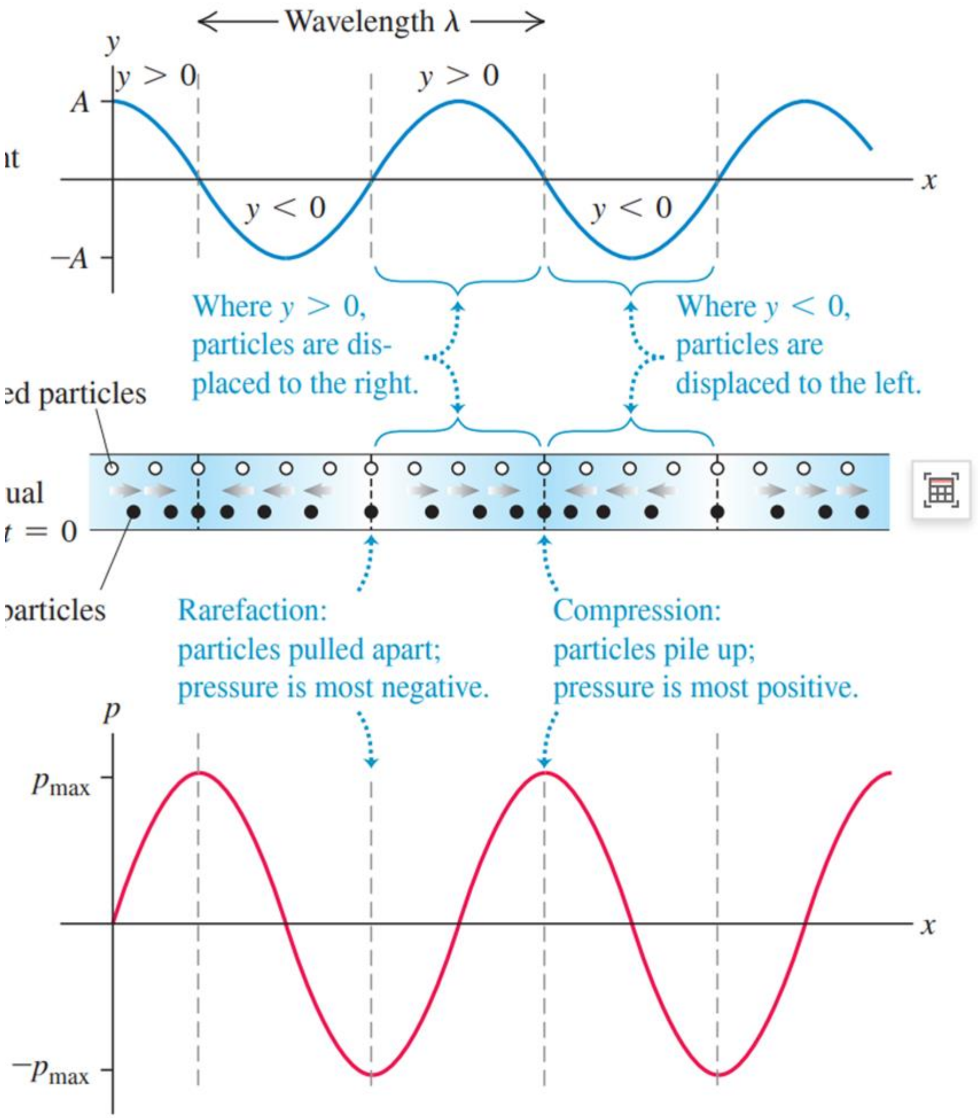
声波： 纵波 – 传播方向和振荡方向同向。

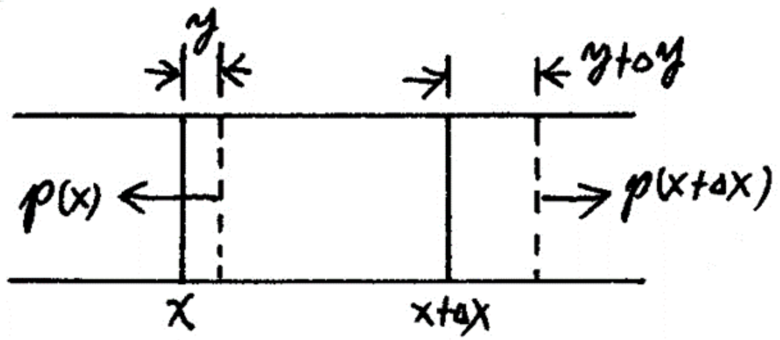
考虑对象： y (x, t) – 任意位置小元相对于平衡位置的位移， 方向$\hat{x}$




Wavelength λ
(a) A graph of displacement y versus position x at $t = 0$
y
$y > 0$
$y > 0$
A
$-A$
$y < 0$
$y < 0$
x
Where $y > 0$, particles are displaced to the right.
Where $y < 0$, particles are displaced to the left.
Undisplaced particles
(b) A cartoon showing the displacement of individual particles in the fluid at $t = 0$
Displaced particles
Rarefaction: particles pulled apart; pressure is most negative.
Compression: particles pile up; pressure is most positive.
(c) A graph of pressure fluctuation p versus position x at $t = 0$
p
p_{max}
$-p_{max}$
x

弹性细棒中纵波的波动方程和波速





设棒的横截面积为S，材料的杨氏模量为Y。则这小段棒受到的合力为

$$F(x+\Delta x)-F(x)=S[p(x+\Delta x)-p(x)]$$

$$=S\left[Y\frac{\partial y}{\partial x}\bigg|_{x+\Delta x}-Y\frac{\partial y}{\partial x}\bigg|_{x}\right]=SY\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\Delta x$$

小段棒的质量为$\Delta m=\rho S\Delta x$

由牛顿第二定律 $$SY\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\Delta x=(\rho S\Delta x)\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

得 $$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{Y}{\rho}\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$$

这是一维波动方程，声速为 $$v = \sqrt{\frac{Y}{\rho}}$$

其中 ρ 为棒的体密度。

对比横波的方程：$$\boxed{\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = \frac{F}{\mu}\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}}\quad \boxed{v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}}$$

变量y在不同方向

纵波的能量和能流

在弹性介质中，介质质元不仅因有振动速度而具有动能，而且因发生形变而具有弹性势能，所以振动的传播必然伴随能量的传递。

一、波的能量

设波在体密度为ρ 的弹性介质中传播, 在波线上坐标**x** 处取一个体积元**dV**, 在时刻**t** 该体积元各量如下:

振动位移：$y = A\cos\omega(t - \dfrac{x}{v})$

振动速度：$\upsilon_{\mathrm{y}} = \dfrac{\partial y}{\partial t} = -\omega A\sin\omega(t - \dfrac{x}{v})$

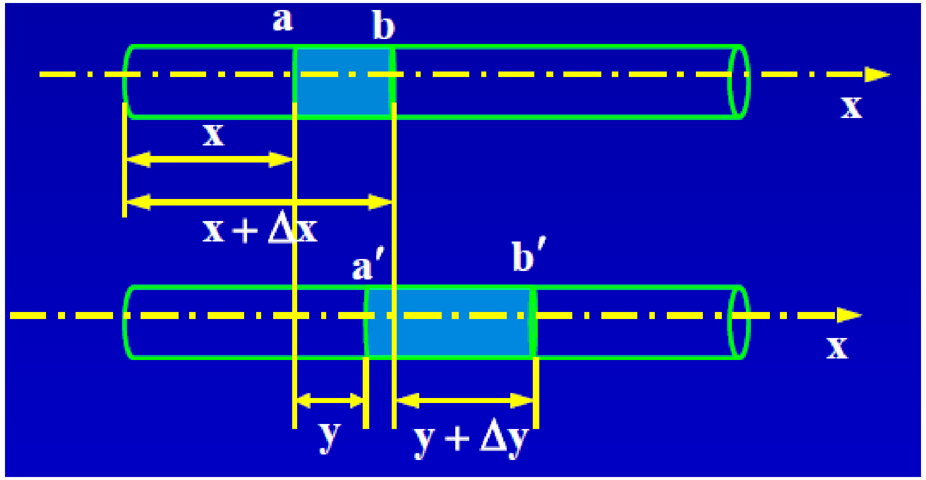
振动动能：$\mathrm{d}E_k = \dfrac{1}{2}(\mathrm{d}m)\upsilon^2 = \dfrac{1}{2}\rho \mathrm{d}VA^2\omega^2\sin^2\omega(t - \dfrac{x}{v})$

关于体积元的弹性势能：

以金属棒中传播纵波为例.在波线上任取一体积为**ΔV=SΔx**，质量为**Δm=ρSΔx**的体积元.利用金属棒的杨氏弹性模量的定义和虎克定律

$$\frac{F}{S}=T=Y\frac{\Delta y}{\Delta x}$$

$$k=\frac{SY}{\Delta x}$$



$$\therefore dE_p=\frac{1}{2}k(\Delta y)^2=\frac{1}{2}SY\Delta x\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)^2$$

因 $\Delta V=S\Delta x$，$v=\sqrt{\frac{Y}{\rho}}$， $\frac{\partial y}{\partial x}=A\frac{\omega}{v}\sin\omega\left(t-\frac{x}{v}\right)$

$$\therefore \mathrm{d}E_p = \frac{1}{2}\rho v^2 \mathrm{d}VA^2 \frac{\omega^2}{v^2}\sin^2\omega(t-\frac{x}{v}) = \frac{1}{2}\rho \mathrm{d}VA^2\omega^2\sin^2\omega\left(t-\frac{x}{v}\right)$$

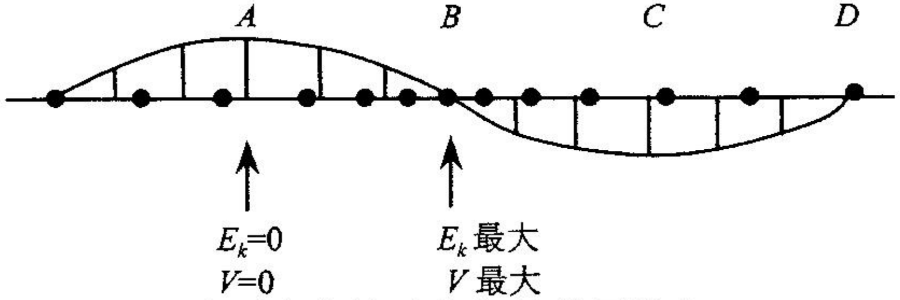
$$\mathrm{d}E_k = \mathrm{d}E_p = \frac{1}{2}\rho \mathrm{d}VA^2\omega^2\sin^2\omega(t-\frac{x}{v})$$

体积元总能量：$\mathrm{dE} = \mathrm{d}E_k + \mathrm{d}E_p = \rho \mathrm{d}VA^2\omega^2\sin^2\omega(t-\frac{x}{v})$

讨论

① $E_k=E_p$ 随时间周期性变化，周期为波动周期的一半。

② 振动中动能与势能相位差为$\pi/2$，波动中动能和势能同相；



波到达之处动能与势能同位相

③ 波动能量随时间变化；振动系统的机械能保持恒定。

二、能量密度

①能量密度: 单位体积介质中的波动能量

$$\varepsilon=\frac{\mathrm{dE}}{\mathrm{dV}}=\rho A^2\omega^2\sin^2\omega(t-\frac{x}{v})$$

波的能量密度与总能量dE均随时间作周期性变化， 且同相.

② 平均能量密度

$$\bar{\varepsilon}=\frac{1}{T}\int_0^T\varepsilon dt==\frac{1}{T}\int_0^T\rho A^2\omega^2\sin^2\omega(t-\frac{x}{v})\mathrm{d}t$$

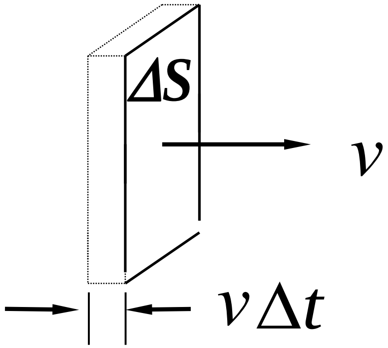
$$=\frac{1}{2}\rho A^2\omega^2$$

波的平均能量密度与振幅的平方成正比，与频率的平方成正比。

三、能流密度(波的强度)

平均能流密度：单位时间通过垂直于波的传播方向上单位面积的平均能量.

$$I=\frac{v\Delta t\Delta S}{\Delta t\Delta S}\bar{\varepsilon}=v\bar{\varepsilon}=\frac{1}{2}\rho A^2\omega^2 v$$



平均能流密度是矢量, 方向沿波的传播方向.

$$\vec{I}=\bar{\varepsilon}\vec{v}=\frac{1}{2}\rho\omega^2A^2\vec{v}$$

简称能流密度， 单位: W.m^{-2}

电磁学和电动力学中称为坡印廷矢量.

声学中称为“声强”

在声学中测定声强级(*I.L*)的特定单位为“贝尔”，更常用的单位是“分贝(dB)”，它与贝尔的关系为：**10dB=1**贝尔。

任意声音的强度级用它的“能流密度”按以下方式定义：

$$I.L = 10\lg\left(\frac{I}{I_0}\right) \quad \text{(dB)}$$

其中I_0为参考强度，常取人类可听到的最小平均强度(临界听觉)，$I_0 = 1.0\times10^{-12}\,\mathrm{W\cdot m^{-2}}$。

普通声音的强度等级

声　源	声压 P/P_{ref}	I/dB	说　明
	$10^0=1$	0	听觉阈值
正常呼吸	10^1	20	很难听到
图书馆	10^2	40	安静
会话	10^3	60	
工厂	10^4	80	
地铁列车	10^5	100	对听觉有危险
摇滚音乐会	10^6	120	痛阈
喷气式飞机起飞	10^7	140	
火箭发射	10^9	180	

一日本妇女的喊声曾创吉尼斯世界纪录,达到115 dB。这喊声的声强多大?后来一中国女孩破了这个纪录,她的喊声达到141 dB,这喊声的声强又是多大?

解 日本妇女的声强为

$$I=I_0 10^{L/10}=10^{-12}\times 10^{115/10}=0.316\ (\mathrm{W/m^2})$$

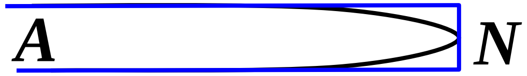
中国女孩喊声的声强为

$$I_C=I_0 e^{L/10}=10^{-12}\times 10^{141/10}=10^{2.1}=126\ (\mathrm{W/m^2})$$

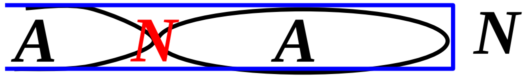
乐器实例：一端封闭的管风琴中空气柱的振动

设管一端封闭，另一端敞开，开端形成波腹，闭端形成波节.固有振动的波长和频率为

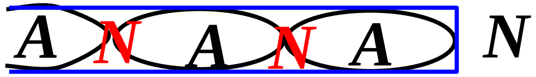
$$\lambda_n = \frac{4l}{n} \qquad f_n = \frac{n}{4l}v \qquad n = 1,3,5,\cdots$$



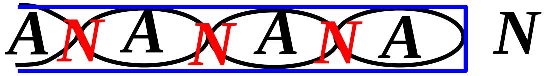
$$\lambda_1 = 4l \qquad f_1 = \frac{1}{4l}v$$



$$\lambda_3 = \frac{4l}{3} \qquad f_3 = \frac{3}{4l}v$$



$$\lambda_5 = \frac{4l}{5} \qquad f_5 = \frac{5}{4l}v$$



$$\lambda_7 = \frac{4l}{7} \qquad f_7 = \frac{7}{4l}v$$

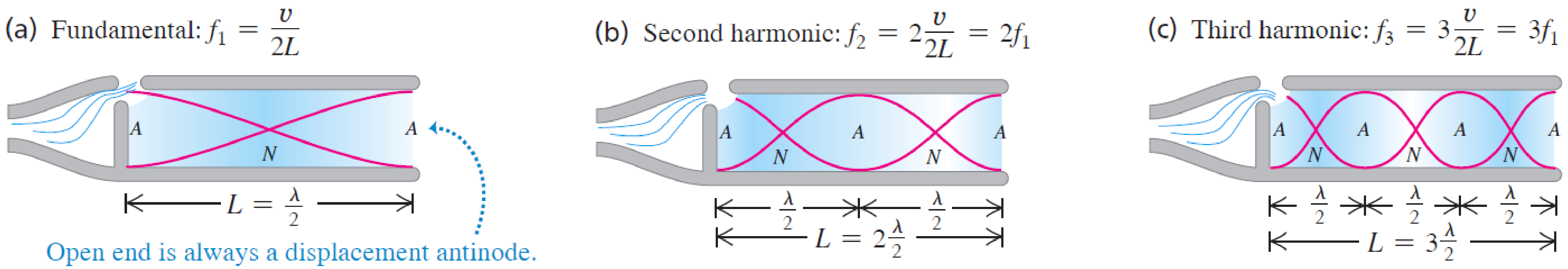
乐器实例：两端开放的管风琴中空气柱的振动

设管两端均开放，开端形成波腹，基本波长和基本频率为：

$$\lambda_1 = 2L \qquad f_1 = \frac{v}{2L}$$

n次谐频的波长和频率为：

$$\lambda_n = 2L/n \qquad f_n = \frac{nv}{2L}$$



多普勒效应

如果波源与观察者之间有相对运动，则观察者接受到的波频率不同于波源的频率，这种现象称为多普勒效应。对弹性波来说，所谓波源和观察者的运动或静止，都是相对于在其中传播的连续介质而言的。

假定波源、观察者的运动发生在二者的连线上。设波源的频率为***f***，波长为λ，在介质中的传播速度为***v***.若波源和观察者相对于介质静止时，测得的频率则为

$$f=\frac{1}{T}=\frac{v}{\lambda}$$

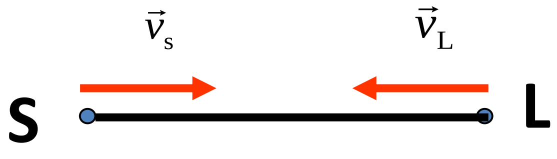
观察者观测到的波速v'与观测到的波长λ'之比称为观测频率f'

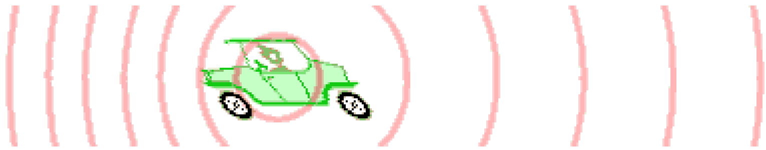
$$f'=\frac{v'}{\lambda'}$$

多普勒效应

当波源S和接收器L有相对运动时，接收器所测得的频率f_L不等于波源振动频率 f_s 的现象。

机械波的多普勒效应





- 参考系：媒质
- 符号规定： S和L 相互靠近时v_s, v_L为正
- f_S： 波源振动频率，f: 波的频率，f_L： 接收频率

1. 波源和接收器都静止 (v_S=0，v_L=0)

$$f_L = f = f_s$$

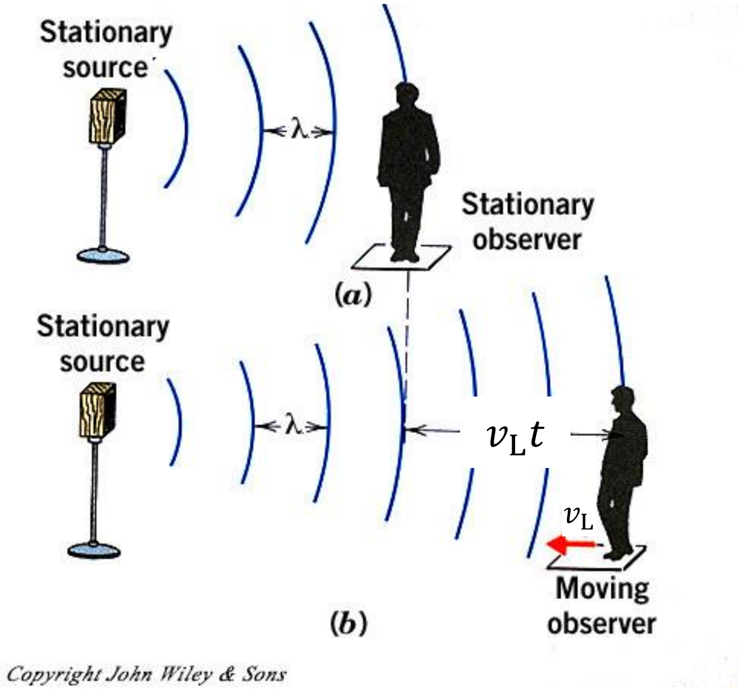
多普勒效应

2. 波源静止，接收器运动(v_s=0)

相当于单位时间内波通过接收器的总距离为 $v + v_L$

单位时间接收到完整波的个数

$$\boxed{f_L = \frac{v + v_L}{\lambda} = \frac{v + v_L}{v} f_s}$$



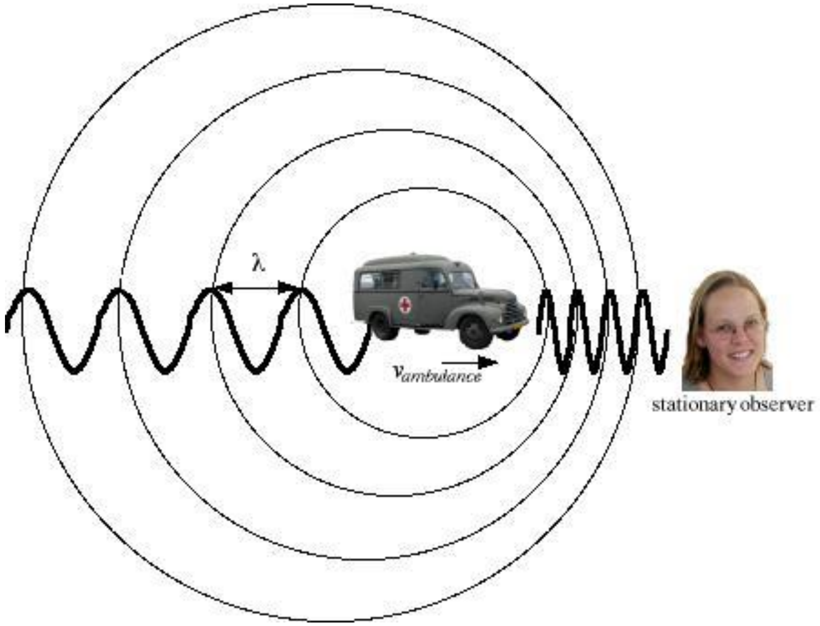
观察者相对波源相向运动，频率增大；观察者相对波源远离运动，频率减小。

多普勒效应

3. 波源运动，接收器静止(v_L=0) → 不等价于接收器向波源运动！介质！

非自由传播，连续受迫振动，波长变化：$\lambda = \frac{v}{f_s} - \frac{v_s}{f_s}$

$$\boxed{f_{\mathrm{L}} = \frac{v}{\lambda} = \frac{v}{v - v_{\mathrm{s}}} f_{\mathrm{s}}}$$



波源相对观察者相向运动，频率增大；波源相对观察者远离运动，频率减小。

机械波的多普勒效应

4. 波源和接收器皆运动

$$f_{\mathrm{L}} = \frac{v + v_{\mathrm{L}}}{\lambda'}$$

$$\lambda' = \frac{v}{f_s} - \frac{v_s}{f_s}$$

$$\boxed{f_{\mathrm{L}} = \frac{v + v_{\mathrm{L}}}{v - v_{\mathrm{s}}} f_{\mathrm{s}}}$$

➢**若S和 L 的运动不在二者连线上**

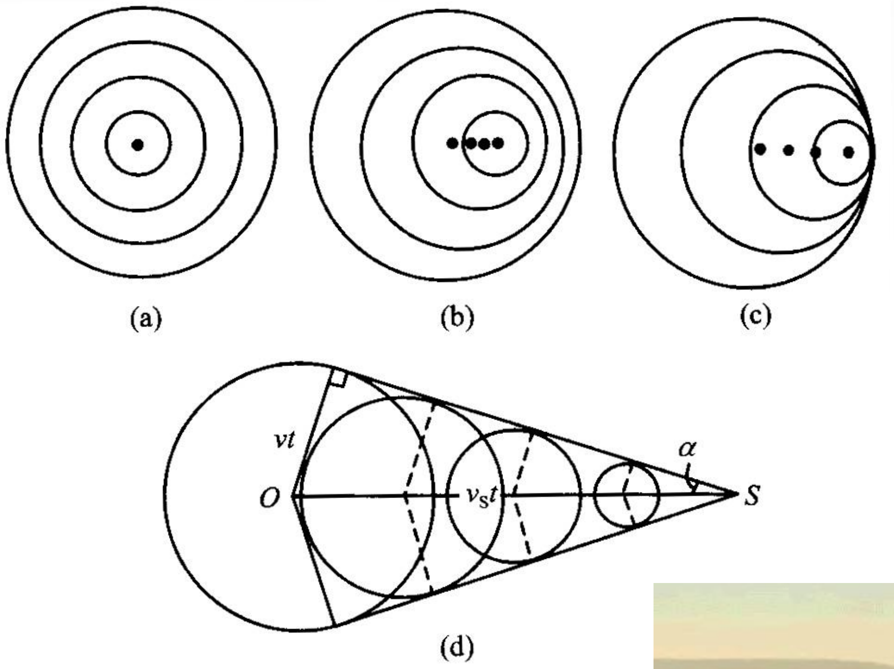
$$f_{\mathrm{L}} = \frac{v + v_{\mathrm{L}} \cos\theta_{\mathrm{L}}}{v - v_{\mathrm{s}} \cos\theta_{\mathrm{s}}} f_{\mathrm{s}}$$

➢**有纵向多普勒效应；** 无横向多普勒效应**(不考虑相对论效应)**

若波源速度超过波速$v_s>v$

上述计算结果将没有意义，多普勒不再适用。这时波源将位于波前的前方,各波前的切面形成一个圆锥面，称为马赫锥,其顶角满足

$$\sin\alpha = \frac{v}{v_s}$$



马赫锥

水上快艇造成的弓形水波

子弹在空气中高速运动造成的“冲击波”

地震中的“超剪切波”（破裂速度超过横波速度

例题：利用多普勒效应监测汽车行驶的速度．一固定波源发出频率为**100kHz**的超声波. 当汽车迎着波源驶来时. 与波源安装在一起的接受器接收到从汽车反射回来的超声波的频率为**110kHz**．已知空气中声速**u**为**330m.s**$^{-1}$, 求汽车行驶的速率.

解：第一步: 波向着汽车传播并被汽车接收, 此时波源是静止的. 汽车作为观察者迎着波源运动。设汽车的行驶速度为**ν**, 则接收到的频率为 $f' = f(u+\upsilon)/u$

第二步: 波从汽车表面反射回来，此时汽车作为波源向着接受器运动, 汽车发出的波的频率即是它接收到的频率**ν′**, 而接受器此时是观察者, 它接收到的频率为

$$f'' = \frac{u}{u-\upsilon} f' = \frac{u}{u-\upsilon}\frac{u+\upsilon}{u} f = \frac{u+\upsilon}{u-\upsilon} f$$

解得汽车行驶的速度为

$$\upsilon = \frac{f''-f}{f''+f} u = \frac{110-100}{110+100} \times 330 = 56.8\mathrm{km.h}^{-1}$$

Homework

#1. S_1 与 S_2 为左、右两个振幅相等相干平面简谐波源，它们的间距为 $d=5\lambda/4$，S_2 质点的振动比 S_1 超前 $\pi/2$. 设 S_1 的振动方程为 $y_{10}=A\cos\dfrac{2\pi}{T}t$，且媒质无吸收，

（1）写出 S_1 与 S_2 之间的合成波动方程；

（2）分别写出 S_1 与 S_2 左、右侧的合成波动方程。

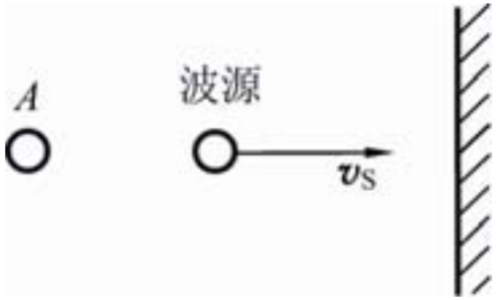
#2. 弦线上的驻波波动方程为：$y=A\cos(\dfrac{2\pi}{\lambda}x+\dfrac{\pi}{2})\cos\omega t$. 设弦线的质量线密度为 ρ.

（1）分别指出振动势能和动能总是为零的各点位置。

（2）分别计算 $0\to\dfrac{\lambda}{2}$ 半个波段内的振动势能、动能和总能量。

Homework

#3. 试计算：一波源振动的频率为 2040Hz，以速度 v_s 向墙壁接近（如图所示），观察者在 A 点听得拍音的频率为 $\Delta\nu = 3\text{Hz}$，求波源移动的速度 v_s，设声速为 340m/s。



#4. 一声源的频率为 1080Hz，相对于地以 30m/s 的速度向右运动，在其右方有一反射面相对于地以 65m/s 的速率向左运动，设空气中的声速为 331m/s，求：

（1）声源在空气中发出声音的波长；

（2）每秒钟到达反射面的波数；

（3）反射波的波速；

（4）反射波的波长。

Homework

#5. 钢轨中声速为5.1×10^3 m/s。今有一声波沿钢轨传播,在某处振幅为1×10^{-9} m,频率为1×10^3 Hz。钢的密度为7.9×10^3 kg/m^3,钢轨的截面积按15cm^{2}计。
试求:(1)该声波在该处的强度;
(2)该声波在该处通过钢轨输送的功率。

#6. 物体超过声速的速度常用马赫数表示,马赫数定义为物体速度与介质中声速之比。一架超音速飞机以马赫数为2.3的速度在5000 m高空水平飞行, 声速按330m/s计。
(1)求空气中马赫锥的半顶角的大小。
(2)飞机从人头顶上飞过后要经过多长时间人才能听到飞机产生的冲击波声?

#7. 超声波源常用压电石英晶片的驻波振动。如图在两面镀银的石英晶片上加上交变电压，晶片中就沿其厚度的方向上以交变电压的频率产生驻波,有电极的两表面是自由的而成为波腹。设晶片的厚度d 为2.00 mm,石英片中沿其厚度方向声速是5.74×10^3m/s要想激起石英片发生基频振动,外加电压的频率应是多少?